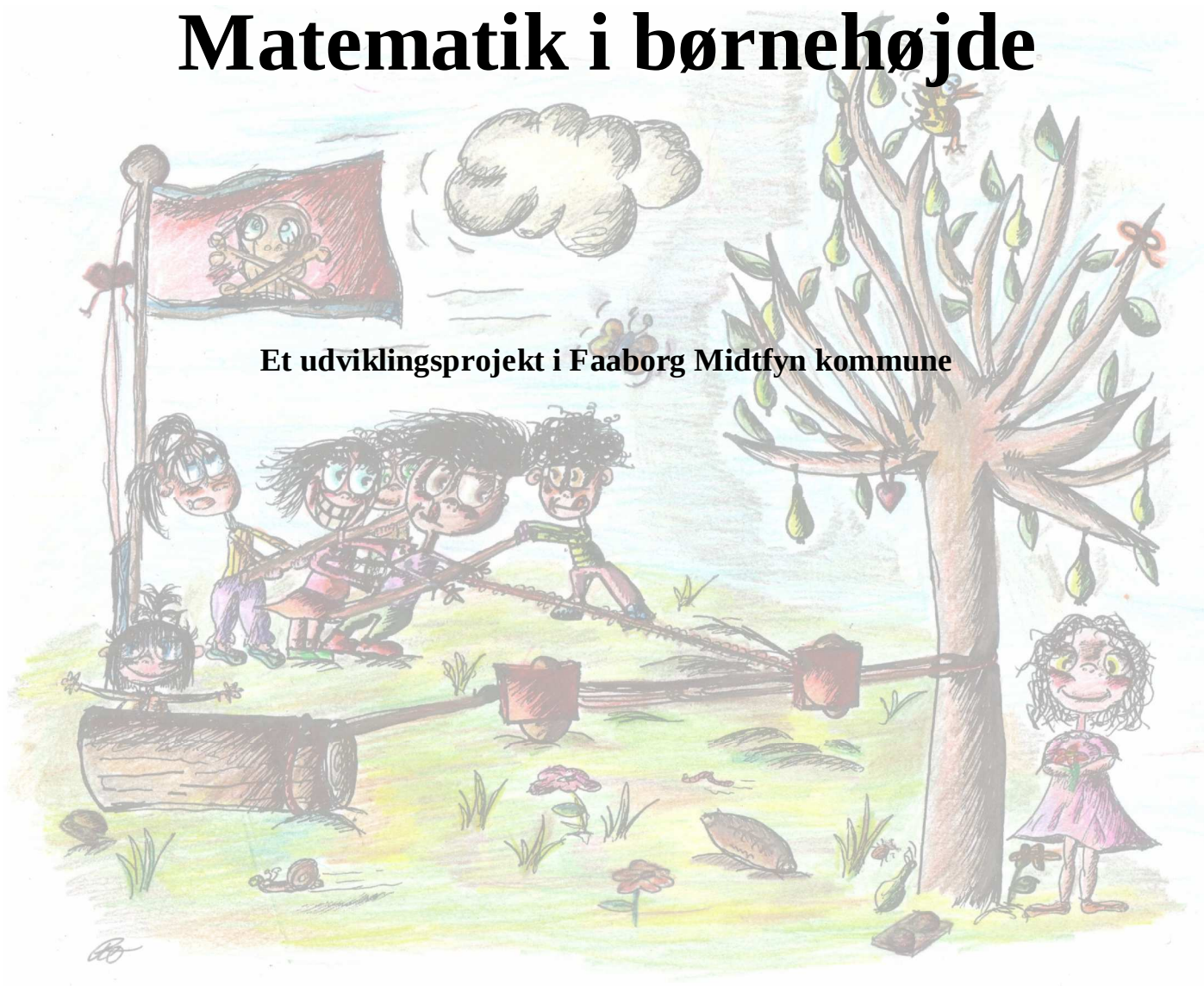


Matematik i børnehøjde

Et udviklingsprojekt i Faaborg Midtfyn kommune



Peter Albrekt

Indholdsfortegnelse

Forord	3
Projektets baggrund	4
Projektets teoretiske baggrund	5
Empiri og metode	8
Projektets menneskesyn	9
Læringssyn	11
Sammenfattende bemærkes	13
Konklusion	14
Matematiske referencerammer	14
Det matematiske indhold	15
Didaktikken	15
Referencerammernes betydning og betydningen af forståelsen for dem	17
Daginstitutionens rolle i relation til referencerammerne	17
Evaluerings af arbejdet med børnenes matematiske referencerammer	18
Forebyggelse af læringsvanskeligheder	19
Konklusion	22
Perspektivering	23
Litteratur	24
Bilag	
Matematik og naturfag i børnehøjde - oplæg til aktiviteter og refleksion	25
Registrering af matematisk udvikling, et evalueringsværktøj	30
Guide til registrering af matematisk udvikling	30
Link til spørgeskemaundersøgelse	35
Link til Matematik i Børnehøjde	35
Link til Nordagerskolens eksperimentarium	35

Forord

Hvorfor, som lærer i grundskolen, interessere sig for hvad der foregår i daginstitutionerne? Er daginstitutionernes virke ikke først og fremmest at lade børnene lege og lære at omgås hinanden, for hen mod slutningen af forløbet at gøre dem skoleparate ved at lære dem at sidde stille og vente på at blive spurgt?

Forestillinger, eller fordomme, som antydnet her er lige så forkerte som forestillingerne om at god undervisning er, når eleverne tier stille og lytter andægtigt til lærerens ord.

Læring er et centralt begreb i daginstitutionens hverdag, og betydningen af denne læring og læringsform kan næppe overvurderes så vel som det heller ikke er ligegyldigt, hvordan den foregår. Det er den læring, der skaber de referencerammer, al videre uddannelse bygger på, fra grundskole til universitet, men det er også en form for læring, der ikke standser her, men sandsynligvis fortsætter hele livet igennem.

Der er derfor al mulig grund til som lærer i grundskolen, og for den sags skyld som lærer i en hvilken som helst uddannelse, at interessere sig for barnets første læring. Hvordan kan man hjælpe nogen med at lære, hvis man ikke ved, hvordan vedkommende lærer og tænker og hvad samme person allerede kan og ved?

Ud over at det er en spændende oplevelse, mindst lige så spændende som når ens barn eller barnebarn for første gang udfordrer tyngdekraften ved i et væk at smide koppen på gulvet, giver det også bedre forudsætninger for at forstå og bruge barnets kognitive forudsætninger i planlæggelsen og gennemførelsen af undervisning, og det giver tilsvarende færre risici for at komme i en konflikt med disse.

De senere år er der i de skandinaviske lande rettet større fokus mod barnets udvikling og læring i førskolealderen. Især har Norge, som det fremgår af foreliggendes litteraturliste, gjort sig bemærket med målrettet forskning og med formidling af forskningsresultaterne til grundskole og daginstitution. Det er derfor en særdeles positiv oplevelse, at en i sammenligningen forholdsvis lille enhed som Faaborg Midtfyn Kommune, målrettet satser på frembringelse af ny viden, og det er en tilsvarende positiv oplevelse at få lov til at være med.

At opleve to, på mange måder meget forskellige, verdener, repræsenteret ved Bøgehaven, Trollegården 1000Fryd og Hættegården på den ene side og grundskolen, repræsenteret ved undertegnede, på den anden, bragt sammen i en fælles bestræbelse på at fremskaffe ny viden om læring, har været og er en værdifuld erfaring.

Ingen tvivl om, at de to verdener kan lære og lære af hinanden.



Det har også været en rigtig god oplevelse, at opdage et helt specielt tegnetalent. Hvor er det godt, at elever stadigvæk kan finde på at tegne i timerne, for ellers var projektet næppe blevet beriget med Rebeccas mange utroligt levende og talentfulde tegninger.

(Rebecca Osteds selvportræt)

Peter Albrekt

Projektets baggrund

Matematik i børnehøjde er et udviklingsprojekt, hvor der arbejdes med udvikling af børnenes matematiske referencerammer og hvor følgende søges belyst:

Hvad forstås der ved matematisk opmærksomhed i daginstitutionerne og hvordan kan det bringes i spil for derved at give bedre forudsætninger for at opnå en matematisk læring af blivende karakter i grundskoleforløbet.

Hvordan sikrer vi os, at den pædagogiske praksis i daginstitutionerne tager matematisk opmærksomhed til sig og deltager i en udvikling af det gennem:

- a. *Erkendelse af, at børnenes referencerammer danner et betydningsfuldt grundlag for den systematiserede matematiske læring i grundskolen?*
- b. *Involvering af forældrene?*
- c. *Oplevelse af medejerskab af projektet?*

Projektet var et pilotprojekt på Hættegården, i efteråret 2009. Året efter skulle erfaringerne deles ud i hele institutionen. Dette skete blandt andet ved et emneforløb, hvor aktiviteterne var tal, form og farver. Samme år kom yderligere tre institutioner med. Erfaringerne fra Hættegården blev blandt andet videreformidlet gennem en dokumentation, en mappe til forældrene, der beskrev aktiviteterne i ord og billeder, og som fungerede som inspirationsmateriale for de øvrige daginstitutioner i projektet. 1000Fryd definerede sit eget "Einsteinprojekt" og lavede en tilsvarende dokumentation.

Forud for pilotprojektet gik 3 års arbejde med et lignende udviklingsprojekt i Nordagerskolens børnehaveklasser, hvor overskriften var Matematisk opmærksomhed. I forbindelse med Matematisk opmærksomhed arbejdedes der med tal, former, farver, figurer i rum og plan, længdemål, areal, sandsynlighed, brøker og sandsynlighed. Som der fremgår, var det en stor del af grundskolens matematik børnehaveklasserne beskæftigede sig med, men bestemt ikke for stor.

Erfaringerne herfra har haft stor betydning for det igangværende udviklingsprojekt. Erfaringerne med børnehaveklassernes elever har medvirket til udvikling af en praksisviden, og de har derudover ført til en erkendelse af, at der synes at eksistere et behov for en endnu tidligere indsats.

Internationale undersøgelser af danske skoleelevers udbytte af matematikundervisningen har haft stor indflydelse på både almindelige menneskers, og professionelle aktørers, opfattelse af hvad matematikundervisningen i den danske grundskole indeholder og bør indeholde. Interessen for børnenes referencerammer synes derimod beskeden, til trods for, at det netop er referencerammerne, der spiller hovedrollen i forhold til senere uddannelsesforløb.

I erkendelsen af, at grundskolens elever ikke møder forudsætningsløse op til undervisning den første skoledag, er blikket derfor rettet mod den læring der foregår i førskolealderen.

Erfaringerne fra matematisk opmærksomhed i børnehaveklassen viser, at eleverne møder op med en omfattende viden, og at de også besidder nogle vigtige matematiske kompetencer. I forbindelse med Fælles Mål 2009, er fokus rettet mod udvikling af elevernes matematiske kompetencer. Disse er blandt andet beskrevet i Kompetencer og matematiklæring. (Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18 – 2002 ved Mogens Niss og Thomas Højgaard Jensen)

Pilotprojektet har til formål at finde ud af hvad matematisk læring i daginstitutionerne omhandler og hvilken betydning den har videre frem. Projektet skiftede navn undervejs. Begrebet matematisk opmærksomhed var ikke i tilstrækkelig grad dækkende for det projektet udviklede sig til.

Matematik i børnehøjde er bredere og understreger bedre perspektivet: Matematikken i førskolealderen er først og fremmest børnenes. Den skal ikke doceres eller trænes, den skal udspringe af børnenes alsidige undersøgende og eksperimenterende aktiviteter i det sociale rum daginstitutionen udgør.

Når et begreb som Matematik i børnehøjde skal beskrives, må det underliggende lærings- og menneskesyn, og de læringsteorier der nødvendigvis må indgå, tydeliggøres.

Følgende undersøgelsesfelt gør sig følgende gældende:

Hvilket menneskesyn og hvilke læringsteorier indgår i Matematik i børnehøjde?

I forlængelse af undersøgelsesfeltets objekt, børnene og deres læring, dukker spørgsmålet om hvordan det værdisættes op. I de seneste år har der været stigende opmærksomhed overfor evaluering. Spørgsmålet om valg af evalueringsformer afhænger af målet med evalueringen. Skal der måles, vejes og beskrives gennem en afsluttende summativ testning, hvor det belyses i hvilken grad, der er sket opfyldelse af de opstillede mål, eller ønskes der en fremadrettet evaluering, der skal lede og støtte i bestræbelserne på at skabe den bedst mulige læring?

Hvordan evaluerer de implicerede voksne sig selv og deres egen indsats, så den optimale udvikling for lærere og pædagoger tilstræbes?

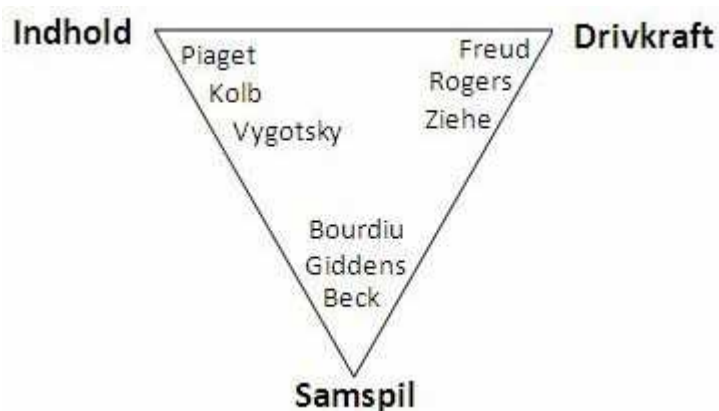
I hvilket omfang er sigtet med evalueringen at konstituere institutionens indsats, så det sikres, at de ønskede faglige områder gøres til genstand for tilstrækkelig opmærksomhed?

For at afgrænse undersøgelsesfeltet for evalueringens vedkommende, stilles følgende spørgsmål:

Hvilken betydning har børns matematiske referencerammer i forhold til deres matematiske læring i grundskolen og hvordan kan pædagogen evaluere arbejdet med børnenes matematiske referencerammer, således at børn, der er i fare for at udvikle læringsvanskeligheder eventuelt kan spottes så tidligt som muligt?

I det efterfølgende vil de to undersøgelsesfelter og deres bagvedliggende teorier søgt belyst.

Projektets teoretiske baggrund



Knud Illeris (2006) har opstillet en model, der beskriver læring. I den valgte udgave er forskere, der har haft indflydelse på de forskellige dimensioner medtaget. For eksempel er Vygotskys tanker vedrørende barnets nærmeste udviklingszone, hvor kompetente læringspartnere hjælper og støtter, vigtig for valg af indhold. Dokumentationens effekt er ligeledes gjort til genstand for vurdering.

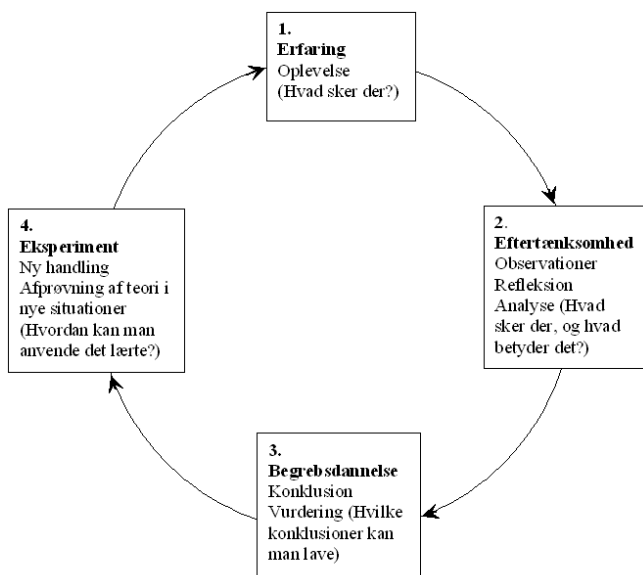


Det ligger indenfor rammer af foreliggende at tage stilling til om den har en pædagogisk værdi, og om den kan bruges evalueringsmæssigt. Med dokumentationen sigtes til Hættegårdens og 1000Fryds dokumentationsmateriale.

En anden model, der med fordel kan bruges i forhold til Matematik i Børnehøjde er Hiim og HIPPES (2008) didaktiske relationsmodel.

I Einstein projektet på 1000Fryd, blev der for eksempel lavet tre forskellige indholds- mål- og middelbeskrivelser, svarende til læringsforudsætninger relateret til aldersopdelingen.

Modellen skærper bevidstheden om begrebernes indbyrdes relationer og afhængighed. I rammefaktorerne indgår både menneskelige og fysiske faktorer. Når Hættegårdens børn flyttede en træstamme på flere ton og når der i 1000Fryd påbegyndtes opbygning af et eksperimentarium, skyldtes det i høj grad, at de fysiske rammer tillod det og ikke mindst, at de pædagogiske og faglige ressourcer var til stede. Det indbyrdes samspil mellem pædagoger, samspillet med ledelsen og samspillet med børn og forældre udgør de vigtigste menneskelige faktorer.



Hvordan opbygges børnenes referencerammer?

Kolbs læringscirkel giver en god beskrivelse.

I de fleste tilfælde er udgangspunktet punkt 4, eksperimentet.

Med udgangspunkt i mikadospillet, kan hele processen beskrives, fra eksperiment til konklusion og forståelse, der fører til ændring af en hverdagstænkning:

Uglerne havde været i skoven, og de havde medbragt værktøj og lister, så de hver især kunne lave en træstok, der var lige så lang som dem selv.

En målte en meter og 17 cm, så hans stok blev 117 cm lang. En andens var på 112 cm og de fandt hurtigt frem til, at der var 5 cm. forskel på deres højde.

Udover længdemålene m og cm er regnearterne addition og subtraktion i spil: $117 - 112 = 5$ eller $112 + 5 = 117$

Tilbage på Hættegården skulle de bruges til at spille

Mikado med. Hver stok havde sit eget pointtal, og man måtte selv tælle sine point. Et af børnene var helt god til at samle pinde op, uden at de andre bevægede sig. Da spillet var forbi, talte han sikkert op til 57 point, han havde fået samlet. Motorikken styrkes og der bruges matematiske emner. Der er på den måde aktiviteter for både krop og hoved.

Beskrivelse af "Mikado-spillet"

Til samling på stuen snakkede vi med børnene om højde, vægt og størrelser. Vi læste bogen "kongen som elskede store ting" således, at børnene blev sporet ind på hvad vi skulle arbejde med. Alle havde noget, at byde ind med men det der var svært for dem var, at det med alder og størrelse ikke nødvendigvis hang sammen.



Vi tapede en tommestok på væggen og bad hver enkelt barn om, at komme hen for, at blive målt. Barnet hørte hvor højt det var - med tal-ord og kunne derefter ved selvsyn se, hvor på tommestokken han/hun nåede til. Derefter skrev vi højden på et stykke papir ud for deres navn, så de derved også, så hvordan deres højde blev skrevet (eks. 1 m 17 cm). Da alle var blevet målt inkl. De voksne kunne de så småt begynde, at sammenligne sig selv med hinanden - hvem var høj og hvem var lille/mindre - derved opstod der også en snak omkring alder og

vægt.

Jane og jeg forklarede børnene, hvad det var vi skulle bruge tallene, deres højde til. Vi tog udgangspunkt i "pindespillet" som børnene kalder det (MIKADO) at vi skulle selv lave et spil, hvor pindene skulle symbolisere hvert enkelt barn - med navn, højde og point. Dette var svært, da børnene ikke kunne visualisere hvad det var deres stue-pædagoger havde i tankerne.

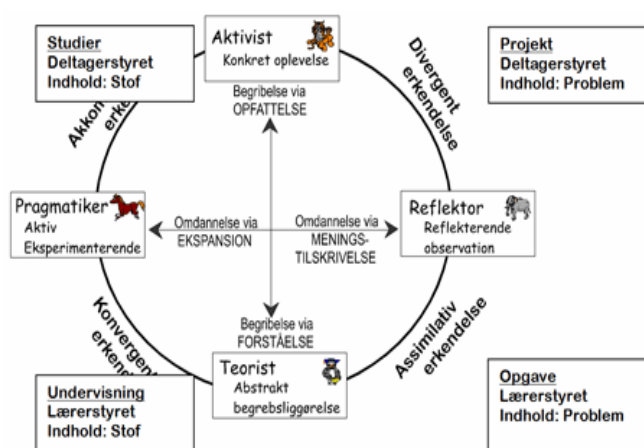
Ugen efter pakkede vi "Lister" som skulle saves ud efter børnenes mål - vi brugte kvadratiske lister (0,5 cm x 2,0 cm) da disse ikke ville rulle når der bliver spillet - spille skal bruges udendørs og i vores tilfælde i vores skov. Samtidig vil det være lettere, at "tage" pindene og derved måske øge eller fastholde interessen for spillet.

I skoven fik børnene lov til, at save deres egne ”pinde” til – Pindene svarer til deres mål og kan derved både før spillet og under spillet visualiserer hvem der er højere eller mindre end kammeraten. Pinden er udstyret med deres navn/højde/point – Alle pinden er markeret ved 1 m mærket og de er forsynet med cm op til deres højde.

Alle børnene har derved et personligt forhold til spillet og til ”deres” egen pind – de kunne se bunken med pinde vokse og kunne sammenligne deres højder men det var først da hele spille var færdigt, at de opdagede ”selve” spillet.

Vi forklarede, at pindene ikke var deres personlig og, at de ikke måtte få dem med hjem, som de er vant til fra andre børnehave projekter, vi indskærpede, at pindene ikke var til at fægte med men, at hver enkel pind var en del af spillet og skulle blive samlet – spillet er forsat intakt og blive behandlet med omtanke og er meget værdsat blandt børnene.

Børnene kastede sig over spillet da det var færdigt og der blev talt, sammenlignet, målt og konkurreret på livet løs. Da børnene har et personligt forhold til spillets enkelt dele og samtidig kan trække kammeratens ”pind” for derefter, at måle har det gjort spillet uhyre interessant og nærværende.



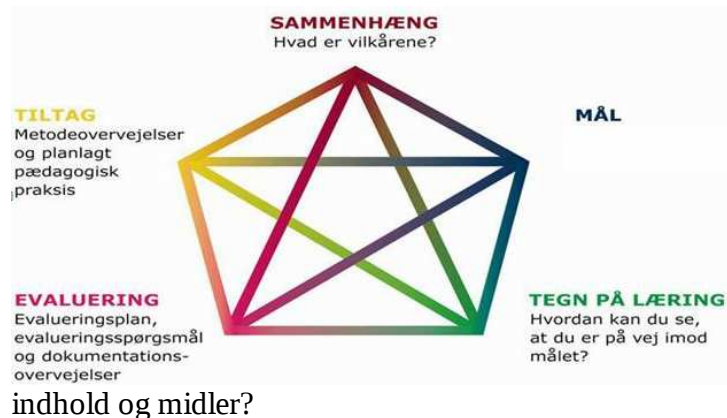
I forhold til den efterfølgende model, kan det eksperimenterende barn, det i Gardners (2006) terminologi intuitivt lærende, indplaceres under divergent erkendelse.

Ud fra den konkrete oplevelse og de refleksioner disse afstedkommer opbygges en erkendelse. Den traditionelle elev befinder sig i området for konvergent erkendelse, men den direkte forbindelse understreger betydningen af at holde forbindelsen ved lige. Med andre ord: Erfaringerne og læringen fra divergent erkendelse danner referencerammer for den konvergente. Den traditionelle elev er dog under pres. Med FM2 og den eksperimenterende læring, er der ved at ske en forskydning i divergent retning. Modsat er der i børnehavens skoleforberedende aktiviteter ved at ske en

forskydning fra divergent mod konvergent¹. Er børnehaven ved at skolegøre sig selv i bestræbelserne for at gøre børnene skoleparate?

¹ T(1000Fryd 2011): Jamen så prøver vi jo at støtte op som voksen og lige vise, hvad det er vi mener. Det kan jo også være. Nu kan jeg tage et eksempel med skolen, den har du jo set. Når jeg har siddet herinde. Så sætter jeg mig lige hen ved siden af og spørger: Er den lidt svær den her opgave. Ja, det synes de, nå, men så skal jeg lige hjælpe dig i gang, vil du gerne have det? Ja!

Og så starter vi lige så småt og så håber jeg jo på, at de så fanger den og kan løse resten af opgaverne selv. Ikke også. Og det er ikke altid de kan det altså ikke i starten. Nu går det. Nu kan de sagtens. Men i starten var det sådan at da var det vanskeligt for nogen af dem fordi hvad lejlighed vi havde.



SMTTE modellen anvendes i forbindelse med Matematik i Børnehøjde og den anvendes i den pædagogiske praksis, mest eksplicit i 1000Fryd, hvor det er den vedtagne styringsmodel for den pædagogiske praksis. Det fremgår endvidere af interview i 1000Fryd, at der er stor bevidsthed omkring modellens begreber: Hvilke aldersgrupper snakker vi om? Hvilke mål er der med læringen og hvilke tiltag?, beskrevet ved

Hvilke tegn observeres hos gruppen og det enkelte barn og hvad skal der ske, hvis målene ikke nås. Evaluering foregår retrospektivt og processuelt med henblik på justering af valgte tiltag og tilføjelse af nye. Selvevaluering indgår i den daglige praksis. Overvejelser over hvorvidt man forklarer sig tydeligt nok eller vælger de rigtige tiltag danner løbende udgangspunkt for nye valg.

Empiri og metode

Det empiriske grundlag består i 1 kvalitativt interview og 1 spørgeskemaundersøgelse i 2009 samt 3 kvalitative interview i 2011. Derudover er der anvendt deltagende observation.

Ved at kombinere kvantitative og kvalitative data, sikres større troværdighed. Spørgeskemaundersøgelsens reliabilitet begrænses af manglende beregning af standardafvigelse og antallet af respondenter. Til gengæld er svarprocenterne store, idet stort set alle forældre har svaret.

Kvales 3 niveauer(2009) og den hermeneutiske spiral er anvendt i forhold til bearbejdelse af interview.

Interviewerens forforståelse ligger blandt andet i at være både projektleder og folkeskolelærer. I respondenternes selvforståelse ligger en afstandtagen til skolegørelse. Der er på alle institutioner et medarbejder- og et ledelsesperspektiv. På Hættegården er begge belyst, og der konstateredes ingen modsætninger udover hvorfor projektet nærmest gik i stå.



Projektets menneskesyn

Er børn i førskolealderen novicer, der skal have hældt læring på sig eller er de kompetente? Svaret på dette spørgsmål har en afgørende betydning for hvordan læringsprocesserne rammesættes.

Ifølge Dion Sommer (2006), har der gjort sig et paradigmeskifte gældende. *"Talrige undersøgelser af både små og større børn har imidlertid demonstreret, at de er udrustede med en række kompetencer"*.

Ifølge Howard Gardner (1998): *"For det første er der den intuitive lærende, det lille barn, som er glimrende udrustet til at lære sprog og andre symbolsystemer, og som udvikler brugbare teorier om den fysiske verden og om andre menneskers verden i løbet af de første leveår"*

Børn er i henhold til disse udsagn kompetente og bestemt ikke novicer. Det efterfølgende eksempel med fremstilling af en primitiv vægt, illustrerer det ganske godt.



På Hættegården skal der bygges en primitiv vægt. Hensigten med vægten er, at bruge den til sammenligninger: Vejer det samme, vejer mindre end, vejer mere end. På den måde opbygges en referenceramme for et senere arbejde med ligninger. Midten på et bræt skal findes. Brættet er 12 cm bredt og 183 cm langt. Hvor er midten? Et barn peger på et sted, der passer fint med midten. Kan vi være sikre på, at det er midten? Kan vi på kontrollere om det er midten? Kan vi bruge vores målebånd? Der måles, og det valgte punkt viser sig at ligge 81 cm fra den ene ende. Der sættes to streger, der hver især ligger 81 cm. fra brættets ender. Var det midten? Hvor ligger midten så? Et andet barn peger på et sted mellem de to streger og der er nu bred enighed om, at vi

har fundet midten.

Brættets bredde måles og der spørges til midten i forhold til de 12 cm.

Hvordan regner vi midten ud? Er det halvdelen af 12? Hvordan finder vi halvdelen af 12?

To piger får 12 skruer, deler dem og finder på den måde ud af, at de får 6 hver.

Der måles 6 cm ind fra den ene side.

Er der lige langt ud til hver side?

Hvordan kan vi sikre os, at der er lige langt?

En foreslår, at vi bruger målebåndet, der måles og det konstateres, at der er lige langt.

Vægten bygges færdig og børnene får på skift lov til at finde ud af hvor skruerne skal anbringes og til at skrue dem i, med den voksnes hjælp, med den medbragte batteriskruemaskine.

Da vægten er færdig, sammenligner børnene på skift deres vægt og finder på den måde ud af, hvem der vejer mest og hvem mindst samt hvem, der vejer lige meget.

Endnu senere, flyttes vægten ud i en sandkasse og der hentes spande og

gryder, der sættes på hver sin side og derefter fyldes med sand. Der er stor jubel, hver gang den tipper til en af siderne og når den har gjort det, skynder børnene på den anden at stille flere beholdere på og fylde mere sand i.



I Gardners terminologi, var det de intuitive lærende, der her gjorde sig gældende, og ingen tvivl om, at de havde det sjovt. Ingen vil her benægte, at læringen skete i en social kontekst og at man lærte af hinanden. De voksne forholdt sig observerende, og fik derved en god indsigt i læreprocesserne og dermed forudsætninger for senere hen at inddrage dem.

I et fagdidaktisk perspektiv, er vægten den mest anvendte metafor for ligninger og indgår således i de fleste lærings- og undervisningsmaterialer. National Library of Virtual Manipulatives har for eksempel en applikation, der anvender vægten som udgangspunkt for ligningsløsning. For at kunne anvende negative tal, bruges der balloner. Metaforen for negative tal, ballonen, der er fyldt med en luftart med mindre massefylde en atmosfærisk luft, bygger tydeligvis på brugerens referencerammer, hvor det forudsættes at ballonen der stiger op, er en fælles oplevelse. Eksemplet giver et godt eksempel på, hvad læring i førskolealderen kan indeholde og hvad den betyder. Børn, der ikke kender til den heliumfyldte ballons opdrift i atmosfærisk luft, har ingen forudsætninger for at bruge og forstå den metafor vægten i den nævnte applikation udgør. Eksemplet viser, både hvorfor de matematiske og naturfaglige referencerammer har så stor betydning, og at det er væsentligt, at underviseren har en viden om og en forståelse for disse. Det er samtidigt et godt eksempel på, at de matematiske referencerammer ikke eksisterer isoleret, men er en uadskillelig del af hvad der snarere kunne benævnes naturfaglige referencerammer. Grundlæggende opbygger børn deres viden og forståelse på baggrund af de fysiske rammer og lovmæssigheder, de er underlagt, og de sociale sammenhæng de indgår i. I dette samspil opbygger de teorier om verden og om sig selv, teorier al efterfølgende læring nødvendigvis må tage i betragtning, hvis den skal lykkes.

Et andet eksempel, denne gang fra børnehaveklassen:

Der var arbejdet med brøker, og klasserne fik en skolepræget opgave, hvor brøker skulle beskrives.



En af eleverne siger, under løsningen af opgaven, til en kammerat: *"Jeg kunne godt tænke mig tusindedele!"*, hvortil en dreng over for ham siger: *"Så skal du tage den, der er delt op i ti stykker og dele hvert stykke i hundrede stykker"* Selv blandt de ældste elever og for den sags skyld blandt et betydeligt antal voksne, skal man lede længe efter et mere kompetent svar. Udover at afsløre en grundig forståelse for brøkbegrebet, viser han også, at han besidder en betydelig kommunikationskompetence. Elevens svar til kammeraten er egnet til brug i en diskurs vedrørende stadietænkningen, som den blandt andet er beskrevet af Piaget. At tage debatten i relation til grundskolematematikken vil være relevant, ikke mindst fordi den gængse opfattelse har været, at for eksempel brøker stiller så store krav til evnen til abstrakt tænkning, at eleverne først kan begynde at arbejde med dette emne når de når det abstrakt operationelle stadie.

At børn i førskolealderen kan tænke abstrakt, vil blive yderligere belyst senere.

Et andet eksempel, der ligeledes stammer fra børnehaveklasserne:

Der var også her arbejdet med brøker, og læreren spurgte, om der var nogen, der vidste, hvad en halv var. En elev svarede, at det var 30. Et svar, der umiddelbart synes temmelig langt fra det rigtige svar. Børnehaveklasselederen interвенerede og forklarede, at de kort forinden havde arbejdet med uret, at eleven tænkte på en halv time. Det gjorde hun, og eksemplet viser igen betydningen af barnets referencerammer men i endnu højere grad betydningen af, at den voksne formår, at sætte sig ind i elevens tankegang. Havde den voksnes reaktion været at afvise svaret som værende forkert, ville det efter al sandsynlighed have betydet et skub i negativ retning for elevens vedkommende.

Det synes indlysende, at førskolealderens barn er vidende, besidder matematiske og naturfaglige kompetencer og en imponerende evne til at lære. Læringen er intuitiv, men den intuitive læring besidder stor styrke og en omfattende holdbarhed. Når man kan høre en videnskabsmand(kvinde) i programmet "Videnskabens verden" i fuldt alvor påstå, at når noget på jorden reflekterer lyset, så sender det lyset tilbage til solen, må holdbarheden være stor.

Læringssyn

Som nævnt er der en indbyrdes afhængighed mellem menneskesyn og læringssyn. Er læring en proces, der styres udefra og gradvist sætter begreber og færdigheder på plads på de rigtige hylder eller er det en proces, hvor den lærende selv konstruerer viden og forståelse? Kan det ikke være lige gyldigt, bare der bliver gjort det, der virker? Hvis ikke spørgsmålet om virker/virker ikke i forhold til undervisning skal afgøres af tilfældige eksperimenter, er en så præcis viden om undervisningens deltagere af betydning, og derfor må der foreligge en stillingtagen til læringssynet. Er familien den primære socialiserende faktor eller spiller de øvrige omgivelser også en rolle? Også dette spørgsmål må der nødvendigvis tages stilling til. Gør førstnævnte sig gældende, er daginstitutionernes vigtigste rolle opbevaring og læring og socialisering bliver sekundært.

I udviklingsprojektet er der et ikke ekspliciteret konstruktivistisk læringssyn. Når det i udviklingsprojektets problemformulering nævnes, at formålet med matematisk opmærksomhed i daginstitutionerne er *at give bedre forudsætninger for at opnå en matematisk læring af blivende karakter i grundskoleforløbet*, sigtes der til, at med bedre matematiske referencerammer, vil der også blive skabt bedre forudsætninger for at konstruere egen forståelse for matematikken. I beskrivelsen af udviklingsprojektet stilles begrebet helhedsorienteret læring overfor fragmenteret læring. Med helhedsorienteret læring sigtes til læring i social kontekst, hvor viden og forståelse konstrueres i aktiviteter præget af helhed og sammenhæng. Fragmenteret læring opfattes som skolastisk lærebogs- og curriculumstyret læring, der kun i ringe grad er præget af et læringssyn der i et tilstrækkeligt omfang grad tager hensyn til elevernes forudsætninger og deres individuelle forskelle. En af aktiviteterne i pilotprojektet på Hættegården var som nævnt konstruktion og afprøvning af en simpel vægt.

Den grundlæggende socialkonstruktionistiske anskuelse om at *Viden og betydning opstår og opretholdes gennem sociale og kulturelle processer* gør sig tilsyneladende gældende i den beskrevne situation.

Ivrigheden efter at vise, hvad man ved eller komme med forslag er iøjnefaldende. Der er ingen tvivl om, at den sociale kontekst spiller en stor rolle. Det betyder meget, at man får lov til at komme med sit forslag, både i forhold til den voksne og i forhold til kammeraterne.

Det betyder også meget, at få lov til at bruge den batteridrevne skruetrækker. At få lov til at prøve den er også at få lov til at gøre en erfaring, at udføre et eksperiment og at være med til at konstruere den fysiske genstand for aktiviteten: vægten. De efterfølgende eksperimenter med indbyrdes vejning og vejning af sandet i sandkassen afspejlede ligeledes læringsprocesser præget af induktivitet i en social kontekst. Det er fristende at foretage en sammenligning med den naturvidenskabelige forsker, der er ved at efterprøve en

	MENTALISTISK perspektiv	SOCIOKULTURELT perspektiv
<i>Læringens/udviklingens endemål</i>	Evne til formal-logisk tænkning	Beherskelse af kulturelle symboler og strukturer
<i>Pædagogiske grund- spørgsmål</i>	Hvordan udvikler vi formal-logiske evner?	Hvordan tilegner vi os vores kultur?
<i>Læringssyn</i>	Individuelt, kognitivt	Socialt, kulturhistorisk
<i>Viden ses som</i>	Kognitive skemaer	Betydningskabelse formet af kulturen
<i>Vidensudvikling</i>	Individuel → social	Social → individuel
<i>Tilgang til verden</i>	Logisk-deduktiv	Narrativ
<i>Pædagogisk praksis</i>	Hensyntagen til individuel videnskonstruktion	Opbygning af sociale pro- cesser

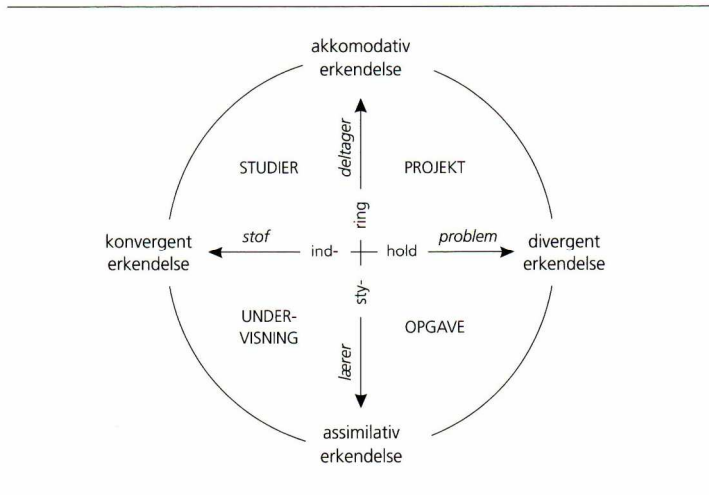
teori gennem gentagne eksperimenter med små; men velkontrollerede variationer. Ifølge Piaget kan det beskrives som en primitiv forskning på det præoperationelle stadie. Spørgsmålet om den kognitive læreproces kan også drejes i retning af et spørgsmål om hvorvidt det er den sociale kontekst og personerne i den, der faciliterer læringen hos den enkelte eller om de genererer den selv.

Modellen står lektor Jens Dolin, IMFUFA, Roskilde Universitets Center bag, og den stiller de to perspektiver op foran hinanden.

Spørgsmålet er, hvilket der er relevant.

En konstruktivistisk læringsopfattelse, hvorefter *mennesket gennem læring og erkendelse selv konstruerer sin forståelse af omverdenen*, synes mere relevant. Illeris (2006)

EN DIDAKTISK MODEL (efter Illeris 1995, s. 131).



For at komme dybere ind i de læringsprocesser, der gjorde sig gældende, kunne det være interessant at relatere dem til de grundlæggende læringstyper, som de er beskrevet af Piaget og Nissen: Kumulativ, assimilativ og akkomodativ læring. (Illeris 2006). Gennem eksperimenteren og undersøgelse foregår en divergent erkendelse, men ved at reflektere og sammenholde erkendelsen med tidligere erfaringer, tilpasses nye og gamle erfaringer til hinanden. Feltet er således både divergent og akkomodativ erkendelse. I forhold til modellen arbejdes der i

projektfeltet, modsat en skolepræget undervisning, hvor der lærerstyret arbejdes frem mod en allerede eksisterende erkendelse.

En anden aktivitet bestod i at spille kryds og bolle.

Aktiviteten begyndte en eftermiddag og kom til at brede sig over flere dage. Spillepladen blev tegnet på jorden og børnene skiftedes til at spille mod hinanden.



Der var stor interesse for spillet og efterhånden kom der flere og flere til. De første dage der blev spillet, blev tegnene sat ret tilfældigt; men efterhånden begyndte spillerne at tænke over hvornår de henholdsvis tabte og vandt. Opmærksomheden blev rettet mod hvordan modspilleren satte sine tegn og hvordan der kunne blokeres, så han/hun ikke fik held med at anbringe tre på stribe.

På Trollegården, fremstillede hvert barn sit eget spil. Brikkerne var farvede sten. På den måde kunne alle spille samtidigt, og efterhånden blev det til deciderede turneringer. De fleste af børnene lærte hurtigt at placere



deres brikker i midten eller i et hjørne, hvis midten var optaget.

Det var således tydeligt, at der gjorde sig strategisk tænkning gældende.

Også her passer Illeris didaktiske model og Kolbs læringscirkel ind som en modeller til forklaring af de involverede kognitive læringsprocesser.

Spørgsmålet, om der gør sig en begyndende abstrakt tænkning gældende, kan med god ret stilles. Ved at foregribe modspillerens træk, ser spilleren

træk, der endnu ikke er foretaget, for sig og opstiller hypoteser for konsekvensen af mulige træk. Spilleren er med andre ord abstrakt operationel. Der er således meget, der peger på, at evnen til abstrakt tænkning ikke alene er et udviklingsspørgsmål, som fremført af Piaget, men i høj grad også et spørgsmål om læring.

Gennem interviewet på Hættegården, er der givet en god beskrivelse af forskellige læringssituationer, såvel som af de interviewedes holdning til læringen.

En aktivitet bestod i at hvert barn i udslusningsgruppen (Uglernes Mikado spil) fik fremstillet en træstok, der repræsenterede vedkommendes højde. Højden var angivet i cm og i m og cm. Der var angivet navn på stokkene og børnene brugte dem til at foretage indbyrdes sammenligninger af deres højder. Stokkene ændrede karakter i børnenes bevidsthed og blev dermed til repræsentationer. Hver stok blev endvidere forsynet med et antal striber, der senere kom til at repræsentere point i et mikadospil, hvortil stokkene blev brugt.

Næste fase i aktiviteten bestod i, at hvert barn blev vejlet og højde og vægt blev sammenlignet. Efterfølgende indgik også alderen i sammenligningerne. Erfaringerne fik en afgørende betydning i forhold til børnenes hverdagsoplevelse af at alder, højde og vægt var størrelser, der fulgtes ad.

Hverdagsoplevelser med fejlagtige fortolkninger er ofte særdeles vanskelige at slippe af med og fører ofte til parallelindlæringer. (Kirsten Paludan 2000).

Børnenes forestilling om at alder, højde og vægt følges ad er typisk antropocentrisk (med udgangspunkt i egenoplevelsen): Efterhånden som jeg blev ældre, blev jeg også højere og tungere. Det er derfor naturligt at antage, at kammerater der er ældre tilsvarende også er højere og tungere. Erfaringen viste, at hverdagsoplevelsen ikke holdt og derfor måtte forkastes⁶.

⁶**L (fra interviewet):** *Se det gik jo op for dem, da vi vejede dem og da vi lavede mikadospillet, at vægt og højde og alder ikke hang sammen. Og det var noget af en oplevelse for mange af dem, at fordi man er 6 år er man altså ikke den højeste. Så det begreb, der hed: Jeg er større end dig skulle pludselig omdefineres til: Jeg er ældre end dig; men du er faktisk større end mig.*

Forældrenes betydning i forbindelse med opbygningen af matematiske referencerammer er stor og kan næppe heller overvurderes. Daniel Stern (2004) påpeger, at Homo Sapiens udviklingsmæssige succes kan tilskrives familiegruppen og dens sociale liv (jævnfør: Familie og børn i en opbrudstid ved Lars Dencik, Per Schultz Jørgensen og Dion Sommer, 2008). Videregivelse af kundskaber, færdigheder og kompetencer må nødvendigvis indgå som en del af familiens sociale liv. I et postmoderne videnssamfund, indgår matematiske kundskaber, færdigheder og kompetencer som en betydningsfuld del af den enkeltes forudsætninger og det må derfor tilsvarende antages, at det indgår som en betydelig del af familiens sociale liv.

Det er derfor god grund til at søge en viden om hvad forældrene gør. Forældrene gør noget og det har en effekt. I forhold til læringstyper vil hovedvægten ligge på kumulativ læring; men der vil også forekomme asimilativ og akkomodativ læring. Hovedvægten ligger i de første leveår på den kumulative læring. Illeris (2006)

Sammenfattende bemærkes

Når børn møder op i skolernes børnehaveklasser, er de vidende og kompetente. De medbringer de fire regnearter, et brøkbegreb, et intuitivt sandsynlighedsbegreb, enheder for længde, vægt, temperatur, tid og rumfang. De har derudover kendskab til de mest almindelige geometriske figurer og de medbringer matematiske kompetencer, og de kan håndtere symboler på et forholdsvis højt niveau.

Følgende eksempel, viser noget om børns evne til at anvende symboler: Børnehaveklasserne (storklasse med 45 elever) tæller centicubes. For at holde styr på antallet bruger en af drengene 5-er stakitter og viser dermed symbol- og formalismekompetence. Erfaringerne med strategisk tænkning og tidligere nævnte eksempel på brøkførståelse er egnet til brug i en diskurs vedrørende stadietænkningen, som den blandt andet er beskrevet af Piaget. At tage debatten i relation til grundskolematematikken vil være relevant, ikke mindst fordi den gængse opfattelse har været, at for eksempel brøker stiller så store krav til evnen til abstrakt tænkning, at eleverne først kan begynde at arbejde med dette emne når de når det abstrakte operationelle stadie. Der er ikke langt fra denne konstatering til en konklusion om, at ved at nedtone de faglige krav der stilles til børn, ud fra en for snæver opfattelse af barnets forudsætninger, risikerer man at det vil kede sig og på sigt opbygge en negativ holdning til læring. Sker det, skyder skolen sig selv i foden, og hvad værre er, børnene svigtes i forhold til deres berettigede forventninger om, at den skole, de i slutningen af børnehaveperioden, længes så voldsomt efter, kan byde på noget, der er endnu mere spændende og lærerigt end det de forlader.

Konklusion

Menneske- og læringssyn er centrale begreber og matematik i børnehøjde omfatter et menneskesyn ifølge hvilket, børnene besidder viden, færdigheder og kompetencer, allerede når de begynder i daginstitutionen og i endnu højere grad, når de begynder i skolen. De er selvstændige, kompetente individer, der lærer i aktive sociale sammenhænge. Pædagoger, lærere og forældre faciliterer børnenes læring og udvikling af matematiske referencerammer. Barnets nysgerrighed, interesse og motivation er væsentlige faktorer, der er biologisk og psykosocialt funderede.

Matematiske referencerammer

Børnenes matematiske referencerammer og deres betydning er det gennemgående tema, men hvad er de og hvordan ytrer de sig?

Gardner(1998) opererer med neurobiologiske og udviklingsmæssige bindinger, som kan modarbejde læring eller støtte den².

² ”Alt i alt lægger disse bindinger alvorlige begrænsninger på det, elever kan lære i undervisningsmæssige sammenhænge, og på den måde, hvorpå de kan nå til forståelse. Bindingerne rummer dog også ofte muligheder, og det er op til den begavede underviser at udnytte bindinger såvel som at søge at omgå dem.” (Gardner 1998)

Kirsten Paludan (2000) taler om hverdagstænkning³, der kan det samme og Udvalget til forberedelse af en handlingsplan for matematik i folkeskolen (2006) opererer med hverdagserfaringer og referencerammer. Hverdagserfaringerne kan ikke uden videre trækkes ind og bruges i matematikundervisningen som i andre fag, de skal opbygges i selve undervisningen⁴, er et andet synspunkt, og barnets øvrige læringspartnere⁵ er vigtige.

³ ”Videnskab og hverdag skal mødes på hverdagens grund og følges ad over på videnskabens side.” og ”Det gælder nu om, at alle hans lærere, fra første til sidste dag af hans uddannelse, står sammen om at vise ham, at det er næsten overmenneskeligt at klare det møde, men ikke umenneskeligt.” (Kirsten Paludan 2000)

⁴ ”Forældre, såvel som andre voksne i barnets hverdag, kan i høj grad bidrage til at udvide sådanne referencerammer. Ved at udfordre barnets nysgerrighed og matematiske tankegang med spørgsmål og aktiviteter i hverdage, der fordrer anvendelse af matematiske kompetencer, vil børnenes vilkår for at lære matematik kunne styrkes.” (Fremtidens matematik i folkeskolen Rapport fra Udvalget til forberedelse af en handlingsplan for matematik i folkeskolen 2006)

⁵ I ”Folkeskolen som kompetencemiljø” (2000), bruges begreberne læringspartnere, hvor læreren er den primære. I daginstitutionen er pædagogen den primære læringspartner.

Referencerammerne er ikke neurobiologiske og udviklingsmæssige bindinger og de er heller ikke hverdagstænkningen eller hverdagserfaringerne, men de indgår alle og referencerammerne kan under et beskrives som det beredskab, der er forudsætningerne for, at ”den begavede underviser” og ”alle hans lærere”, kan lykkes med de lærings- og oplevelsesprocesser, der udgør al undervisning og læring. Brugt rigtigt er referencerammerne uundværlige potentialer og brugt forkert, uovervindelige hindringer. Opbygningen og brugen af referencerammerne vedrører alle barnets læringspartnere. Lærere og undervisere bør ikke tænkes snævert. I foreliggende er fokus sat på de tidlige socialiseringsprocesser og læringspartnere er derfor primært pædagoger og forældre.

Med referencerammerne menes således det beredskab, der gør børnene i stand til at gå fra en konkret oplevelse til en abstrakt forståelse af matematiske begreber og har således betydning i forhold til matematikundervisningens CKF-er og matematiske kompetencer (det matematiske handleberedskab). Det er kun i teorien er muligt at skelne mellem matematiske referencerammer og referencerammer generelt.

Det matematiske indhold

Det matematiske indhold omfattede mål og vægt, tal, geometriske figurer og spil. Udgangspunktet var praktiske opgaver, der skulle omfatte mest mulig aktivitet. For eksempel blev der lavet en løbebane på 50m med fliser med påmalede tal for hver tiende meter. Det ene sted løb børnene frem og tilbage, medens de voksne holdt regnskab på den tilbagelagte strækning. På et andet, fik børnene kuglepennestregere for hver gang de var løbet frem og tilbage. På den måde arbejdede de med at tælle i trin på 10 og 100 og de arbejdede med at omsætte meter

til kilometer. Ved at koble læring sammen med fysisk aktivitet og lade tallene være et redskab, opbygges der erfaringer, der i senere læringssammenhænge, kan danne brugbare referencerammer.

En anden aktivitet var fysiske repræsentationer for børnenes højde. Der fremstilledes en pind med en længde svarende til hvert enkelt barns højde. På pindene blev der angivet 1m og et antal cm. svarende til den samlede længde, for eksempel kunne der stå: 1m og 17cm og 117cm. På den måde blev der arbejdet med længdemål, men da børnenes højde blev sammenholdt med deres alder og vægt, blev der, som tidligere nævnt, samtidigt gjort op med den almindelige hverdagstænkning, den lineære sammenhæng mellem alder, højde og vægt. Det er en interessant detalje, at der i den lineære tænkning implicit ligger en forståelse for funktionsbegrebet, et matematisk begreb, der først dukker op i Fælles Mål 2 i trinmålene efter 6. klassetrin. Et andet interessant forhold er, at først efter 3. klassetrin skal eleven: *"løse matematiske problemer knyttet til en kontekst, der giver mulighed for intuitiv tænkning, inddragelse af konkrete materialer eller egne repræsentationer"*, taget i betragtning, at barnets læring i førskolealderen grundlæggende består af netop intuitiv læring og at det på det tidspunkt længe har brugt sine egne repræsentationer.

Didaktikken

Temaer i børnehavens pædagogiske læreplan	Børnehaveklassens obligatoriske temaer	Den første fagopdelte undervisning		
Alsidig personlig udvikling	Sprog og udtryksformer	Dansk	Samvær og samarbejde	Sociale færdigheder
Sociale kompetencer	Natur og naturfaglige fænomener	Kristendomsundskundskab		
Sproglig udvikling	Det praktisk musiske	Natur/teknik		
Krop og bevægelse	Bevægelse og motorik	Matematik		
Natur og naturfænomener	Samvær og samarbejde	Billedkunst		
Kulturelle udtryksformer	Sociale færdigheder	Musik		
		Idræt		

Sammenhæng mellem daginstitutionernes pædagogiske læreplaner og grundskolens undervisning. (Undervisningsministeriet og velfærdsministeriet 2009)

I forhold til skolens fagopdelte undervisning, har børnehavens læreplan og børnehaveklassens barnets alsidige personlige udvikling og sociale kompetencer som særskilte temaer, mens disse indgår som en del af skolens generelle virke og i alle skolens fag. Alle og ingen har ansvaret? Med indførelsen af tiltag som for eksempel LP-modellen

(Thomas Nordahl 2005) lægges der i grundskolen større vægt på elevens evne til at indgå i sociale sammenhænge⁷.

⁷ Daginstitutionerne orienteres om LP-modellen og folkeskolerne indfører den i Faaborg Midtlyn Kommune.

Hættegårdens læreplan for natur og naturfænomener nævner ikke matematik direkte, men den kan findes i følgende mål/delmål:

At barnet , via positive førstehåndsoplevelser i naturen, får erfaring,, viden, forståelse og interesse for naturens sammenhæng.

At barnet er eksperimenterende og interesseret i naturen.

Og i følgende handlinger:

At personalet er vidende, medoplevende og støttende i barnets egne eksperimenter, aktiviteter og lege Emneuger.

1000Fryd:

Vi arbejder med årets gang og vejrets skiften på nærmeste hold hver eneste dag. I naturen udforsker og fordyber barnet sig. Barnet udfordres kreativt og sansemotorisk. Barnet lærer at vise respekt for naturen og opleve sig selv som en del af den.

Og:

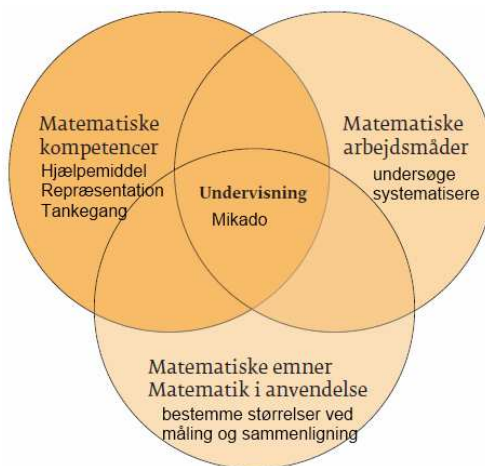
Vi har sat os det mål at skabe en børnehave, hvor vi nytænker forholdet mellem kvalitative og kvantitative erfaringer, mellem fysisk bevægelse og mental trivsel, mellem indendørs og udendørs.



På Hættegården indgik matematikken i eksperimenterende aktiviteter og i en emneuge. De første eksperimenter opstod spontant i forbindelse med observation af praksis, men efterfølgende blev der på forhånd taget stilling til aktiviteternes faglige indhold, hvordan de skulle gennemføres og hvorfor. Emneugen var pædagogernes eget projekt, baseret på pædagogiske og didaktiske overvejelser. Under forløbet observeredes børnenes engagement og deres produkter og blev efterfølgende vurderet. Hvad og hvordan lærte børnene? Hvad lærte vi selv?

Der kunne synes lang vej til FM2, men sammenholdes ovenstående med trinmålene efter 3. kL: "Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at kende og anvende hensigtsmæssige hjælpemidler, herunder konkrete materialer, lommeregner og it, bl.a. til eksperimenterende udforskning af matematiske sammenhænge (hjælpemiddelkompetence)." viser afstanden sig lille og lærerens tankebobler (FM2), passer fint ind.

Mikadospillet, hvor der blev fremstillet en fysisk repræsentation for hvert enkelt barn ser med de fagdidaktiske overvejelser FM2 lægger op til sådan ud:



Referencerammernes betydning og betydningen af forståelsen for dem

Under overskriften: Evaluering som udviklingsredskab i dansk skole stiller Poul Skov (Kvan 65/2003) spørgsmålet: Kan vi lære noget af internationale sammenlignende undersøgelser? Og svarer, under henvisning til en opgave vedrørende pizzaer: "Et pizzeria serverer to runde pizzaer, men i forskellig størrelse. Den mindste har en diameter på 30 cm og koster 30 zeds. Den største har en diameter på 40 cm og koster 40 zeds. Hvilken pizza giver mest for pengene?" "Jeg tror, det vil være svært at argumentere sagligt for, at de færdigheder, man skal have for at kunne løse disse opgaver, ikke er relevante."

Der skal her ikke argumenteres mod det relevante i at have de færdigheder, men rejses tvivl om hvorvidt svaret vil afspejle dem.

I matematisk perspektiv spørges der ind til kendskab til sammenhængen mellem en cirkels areal og dens diameter og svaret bliver, at den store pizza koster mindst pr. cm^2 .

En tilfældig adspurgt syttenårig følte han fik mest for pengene ved at vælge den mindste, fordi størrelsen svarer til det han kan spise.

Kirsten Paludan (2000) bruger begrebet hverdagstænkning og retter i begrebet antropocentricitet opmærksomheden på, at vi ofte tager udgangspunkt i os selv og det er præcis det, der sker, når en tilfældig adspurgt syttenårig svarer som anført.

Det er altså ikke indlysende, hvilke færdigheder opgaven afspejler. Matematikundervisningen skal både tilgode matematikken og dens anvendelse og hjælpe eleverne med at udvikle faglige kompetencer. En summativ testning som ovenstående, vil ikke tage hensyn, der tilgodeser disse, men risikere at give et fejlagtigt billede af den testede. På den måde vil der opnås et billede, der er ringere end intet billede at have.

Pointen er, at som man spørger, får man svar, og det gælder om at spørge begavet, når man i målinger som Pisaundersøgelserne, vil vide noget om unges matematiske viden, færdigheder og kompetencer.

Lars Dencik, Per Schultz Jørgensen og Dion Sommer (2008) slår fast, at artens overlevelse er nært knyttet til de socialiseringsprocesser¹⁶, der starter helt fra fødslen og at det er vigtigt, at der sker en overlevering af kundskaber og færdigheder fra generation til generation. I disse kundskaber og færdigheder indgår referencerammerne som en vigtig bestanddel.

¹⁶ "Som compensation for menneskets svage fysik og andre mangler blev artens chancer for overlevelse således sikret gennem udviklingen af en række sociale adfærds- og relationsmønstre og kognitive evner." (Lars Dencik, Per Schultz Jørgensen og Dion Sommer 2008).

En dreng i 8. klasse havde fejl i en subtraktionsopgave. Han viste at han havde forsøgt at bruge en algoritme. Ved efterfølgende snak opfordredes han til at trække to tilfældige trecifrede tal fra hinanden, og forsøgte sig atter med algoritmen. Han opfordredes nu til at glemme den og prøve bruge hovedregning. Gennem faciliterende spørgsmål nåede han frem til at trække hundrederne fra, dernæst tierne og til sidst enerne og blev snart hurtig til denne proces. Desværre gentog han den gamle fejl ved næste terminsprøve.

Hvad kan læres af oplevelsen? Standardalgoritmen var en effektiv hindring. Referencerammerne er her et billede af hundredkronesedler, tikroner og enkroner, og de virker. Eksemplet demonstrerer betydningen af referencerammerne og konsekvensen af undervisning, der ikke bygger på dem, men docerer færdige algoritmer. Eksemplet viser endvidere konsekvensen af en undervisning, der ikke sikrer forbindelsen til førskolealderens intuitive læring. Resultatet er et ungt menneske, der lærer ikke at lykkes og ikke at tro på sig selv. Mon ikke der hermed er lagt et kim til et senere nederlag? Det kunne være interessant, at undersøge sammenhængen mellem de mange unge, der dropper ud af deres uddannelser og deres relationer til den intuitive eksperimenterende læring i førskolealderen og dermed også omfanget og kvaliteten af deres referencerammer.

Daginstitutionens rolle i relation til referencerammerne

Et hyperkomplekst samfund garanterer ikke fælles kulturelle referencerammer, hvorfor det er blevet vigtigere, at daginstitutionen beskæftiger sig med matematiske referencerammer. Det er en del af det Lars Dencik, Per Schultz Jørgensen og Dion Sommer (2008) benævner dobbeltsocialiseringen. Det betyder at

daginstitutionen skal medvirke til at sikre et brugbart grundlag for fremtidig uddannelse, sammen med primært forældrene. Brobygning mellem daginstitution og skole indgår.



Hinkeruden var også en aktivitet, hvor udvikling af referencerammer skete ved en aktiv indsats i en social kontekst.

Evaluering af arbejdet med børnenes matematiske referencerammer

Der ligger to ting i evalueringen af dette arbejde, evaluering af børnenes læring, og en selvevaluering.

De opsatte mål:

Hættegården:

Barnet får førstehåndsoplevelser, erfaring, viden, forståelse og interesse.

Barnet er eksperimenterende og interesseret.

Personalet er vidende, medoplevende og støttende i barnets egne eksperimenter, aktiviteter og lege.

1000Fryd:

Barnet udforsker og fordyber sig.

Barnet udfordres kreativt og sansemotorisk

Personalet nytænker forholdet mellem kvalitative og kvantitative erfaringer, mellem fysisk bevægelse og mental trivsel.

Grundskolen:

Matematiske arbejdsmåder: At undersøge og systematisere.

Kompetencer: Hjælpemiddel, repræsentation og tankegang.

Indhold: Mål og måleenheder.

Mikadospillet blev brugt begge steder og de opsatte mål nået. Hvad der er nok så interessant, er at grundskolens mål også blev det. Børnene har i deres hverdag efterfølgende sammenlignet hinanden og foretaget en sortering, og da de konstaterer, at en ældre godt kan være mindre, reflekteres der over det, og en hverdagstænkning forkastes. Ved selv at anvende pindene, repræsentationerne for deres respektive højder, går de fra en direkte sammenligning, hvor de stiller sig op overfor hinanden til at bruge repræsentationen. Der er her tale om et betydningsfuldt skridt, hvor både hjælpemiddelkompetencen og repræsentationskompetencen bliver anvendt og styrket⁸.

⁸ J(Hættegården 2009): *Det gjorde de i hvert fald i den periode, hvor vi lavede det, altså omkring vægten og så mikadospillet. Da kunne de godt stå med pindene; men det var. De gjorde det faktisk også overfor nogen af de andre, de mindre børn eller de andre fra de andre grupper, hvis de stod med deres pind og sagde: Det er min den her og prøv at se, der står et tal.*

L: Der er faktisk også en del børn, der er begyndt at sige: Se L, jeg er højere oppe i træet end dig. Til at starte med siger de bare: Jeg er større end dig, og så svarer jeg: Nej du er bare højere oppe. Nu er der en del af de store, som er begyndt at bruge sproget, som har fundet ud af: Se jeg er højere oppe end dig. Så der sker ligeså stille og roligt et skred; men vi har selvfølgelig også, hele den gruppe vi har arbejdet med, er jo selvfølgelig også væk, den er her ikke mere til at præge nedad. Det der bliver rigtig spændende det er om et år, når de, der har været igennem det her har et år mere og skal til at lære fra sig, så bliver det spændende at se, hvilken form for formuleringer, der kommer.

I evalueringen indgår en spørgeskemaundersøgelse om hvor meget forældrene talte med børnene om og brugte matematikken. Det er en begrundet antagelse, at ved at snakke om og bruge matematikken udvikles referencerammerne⁴. Ved opstarten undersøgtes på to og ved afslutningen på tre daginstitutioner for at undersøge effekten af projektet og effekten af at foretage undersøgelsen.

Det faglige arbejde under projektet havde en effekt og undersøgelsen havde en konstituerende effekt i relation til forældrene. Ved samtaler med forældre, blev det klart, at disse havde en positiv oplevelse af at blive spurgt og at det fik dem til at tage nye matematiske emner op med børnene. Tilsvarende i forældrebestyrelsen. Børnene fik større glæde ved at komme i børnehaven, og der blev snakket og brugt mere matematik hjemme. Det var ofte børnene, der bragte det på bane.

Effekten var størst hos de børn, der deltog og den var størst hos de ældste piger. Er børnehaven ved at blive feminiseret?

Evalueringen af børnene foregår løbende og ved samtaler. Hættegårdens dokumentation udgør en fælles portefolio. Der er taget stilling til dens værdi som dokumentation, dens evalueringsmæssige værdi og dens værdi som inspirationsmateriale for andre daginstitutioner.

Hvis man sammen med barnet lader det genopleve aktiviteterne, ved hjælp af mappens beskrivelser, vil man kunne bruge det som en del af læringen og som en evaluering⁹ og hvis man med samtalen finder barnets nærmeste udviklingszone, er der her et anvendeligt lærings- og evalueringsredskab.

⁹ L(Hættegården 2011): *Jo, men så skal det være en til en. Så skal man sidde sammen med barnet og sammen med mappen og så skal barnet visuelt have genfortalt det, så man kan bruge det som en del af læringen. Så skal det være fordi man tænker, her er et barn som skal have, som har brug for noget ekstra og hvordan forstod barnet. Har barnet begreb for tal og rum og meter og de ting vi har været igennem. Ja, det har barnet, så lad os tage udgangspunkt i det. Lad os føre barnet tilbage. Så kan du.*

Dokumentationen for 1000Fryds Einsteinsprojekt beskrev ikke blot indholdet, men blev også et pædagogisk og didaktisk værktøj. Der blev for institutionens forskellige aldersgrupper taget stilling til indhold, mål med læringen og midler til at nå dem. Evaluerings- og udviklingsmæssigt indarbejdedes SMTTE-modellen og evalueringen fik på den måde en fremadrettet karakter: Hvad gik godt og hvad ikke? Hvad kan vi gøre anderledes og hvordan? Evaluering og selvevaluering går hånd i hånd med evalueringens hvad, hvordan og hvorfor.

Forebyggelse af læringsvanskeligheder

Grundlæggende relaterer læringsvanskeligheder sig til processuelle dysfunktioner og til fejludvikling pga. manglende stimulering.(Olav Lunde 2002). Daginstitutionens forudsætninger ligger primært i forhold til manglende stimulering. Dysfunktioner kræver et svært opnåeligt udefra kommende beredskab.

Forebyggelse af læringsvanskeligheder er en væsentlig del af projektet. Det er en antagelse, at læring og inklusion er tæt forbundne størrelser. Traditionelt er specialundervisning ekskluderende. Spørgsmålet om hvordan daginstitutionen gennem mål, tiltag, tegn og evaluering kan være med til at forebygge læringsvanskeligheder er derfor af stor betydning.

I 1000Fryd er der stor opmærksomhed på problemstillingen og på faren for eksklusion. Har et barn svært ved at forstå det faglige indhold i en aktivitet, laves der en anden, med samme indhold for hele gruppen. Den bagvedliggende teori er Gardners mange intelligenser og tanker om, at børn lærer forskelligt. Når hele gruppen tages med, og ikke kun det enkelte barn, er det bevidst for at undgå eksklusion¹⁰. Eksemplet afspejler både en anvendt løbende evaluering af børnenes læring og en selvevaluering.

¹⁰ T(1000Fryd 2011): *Ja. Det er. Altså vi forsøger jo og gøre det på forskellige måder. Altså nogen gange skal det måske være med kroppen vi skal lære noget omkring tal for eksempel at man skal løbe hen til noget og tælle tingene for eksempel og andre gange så skal man måske spille et spil, hvor man hopper med brikkerne eller. Og det kan være at man deler op i kategorier altså der er jo mange måder at gøre det på om man skal ud og løbe det eller man skal ud og gå det eller man skal ud og finde fem sten eller fem forskellige blomster. Man kan læse omkring tingene, altså det er jo ikke altid. Børn lærer jo ikke ens og det er jo også noget med at kigge på, hvad deres stærke side er fordi hvis de er meget kropslige så kan det jo ikke hjælpe noget at sætte dem ned og de skal, at de skal tegne et eller andet. Så skal vi jo ud og bruge kroppen.*

En anden måde at hjælpe disse børn på er, at alle er opmærksomme på, at tage dem ind i deres aktiviteter, når det skønnes gavnligt¹¹.

¹¹ T(1000Fryd 2011): *Fordi så laver vi en helt anden, hvis vi opdager Marius han har vanskeligt ved en eller anden ting. Så går vi ind og tager det op på vores stuemøde og så eventuelt videre på personalemødet og så sætter vi noget i værk for ham. Så er vi alle sammen opmærksom på, at vi skal lige huske at have med i når vi. Vi skal prøve at spille det der spil noget mere med alle farverne. Da skal vi lige huske at have Marius med inde når vi spiller det spil der for eksempel, for han har svært ved farver. Men så bliver det en helt specifik. Vi vil jo opdage de børn, der ikke kan, men så vil der ske noget ud over det, udover det projekt vi har lavet. Så vil man tage dem ud og så vil man lave en handlingsplan og sætte det barns vanskeligheder ind i en speciel SMTTE model, kun for ham og med de udfordringer han har.*

Der er en tydelig bevidsthed overfor hvad, hvordan og hvorfor og sammenholdes det med videreudviklingen af Matematik i Børnehøjde, hvor overvejelser over mål, midler og metoder og evaluering indgår, med SMTTE-modellen som et centralt redskab, er der tale om en professionel tilgang på et K3 niveau (Dale 1998), hvor didaktisk rationalitet er en aktiv del af professionsgrundlaget¹².

¹² T(1000Fryd 2011): *Vi havde lavet sådan en der hed mål midler og metoder. Det er jo meningen at vi vil lave sådan en, hvad skal man sige, en drejebog eller opskrift på at når man er tre år, så var det der her man kunne arbejde med og når man var fire år kunne man arbejde med det her og når man var fem år kunne man så lave det på den måde, ikke også. Fordi den treårige forstår ikke det samme som den femårige, vel? Og så kunne vi. Så gik vi ind og skrev, hvad målet var med den treårige. Hvad ville vi gerne lære den treårige? Vi ville gerne have at den treårige kan tre farver for eksempel. Og tælle til fem. Og så hvordan vil du så opnå det? Og hvad skete der så. Opnåede vi det rent faktisk?*



På 1000Fryd er der opbygget et eksperimentarium, med indtil videre fem eksperimenter. Børnene bruger dem og gennem brugen opbygges viden og erfaringer, der indgår i deres forståelse den fysiske verden, og dermed opbygges de matematiske referencerammer.



I henhold til FM2 bygger grundskolen på de erfaringer børnene medbringer. Hvis erfaringer blev oversat til referencerammer, ville det give bedre mening, men samtidigt stille større krav til underviseren, blandt andet om en mere omfattende viden¹³ om det enkelte barns måde at forholde sig til omverdenen på. 1000Fryds eksperimentarium udgør en vigtig del af børnenes muligheder for at gøre erfaringer og opbygge referencerammer og har givet inspiration til et tilsvarende på Nordagerskolen, hvor hensigten er at satse på så mange tilgange til læring og erfaringsdannelse som muligt, herunder kombinationen af fysisk aktivitet og læring.

¹³ En måde at anskaffe sig den viden på, er for eksempel en spørgende tilgang til undervisning. Astrid Klit og Per Havgaard (2010) giver brugbare anvisninger på, hvordan det kunne gøres.

Står læringsvanskeligheder alene, eller knytter der sig andet til?

På Hættegården lægges der vægt på en helhedsvurdering. Et barn, der ikke fungerer socialt vil med stor sandsynlighed heller ikke fungere fagligt¹⁴. Også her debatteres det i team og i personalegruppen.

¹⁴ L(Hættegården 2011): *Det er jo et holistisk billede som til at starte med giver sig udtryk i mangel på sociale kompetencer. Det er jo et meget godt sted at starte. Og så sprog. I og med at matematik også er et sprog, så hvis de ikke mestrer almindeligt dansk. Det danske sprog og den danske grammatik. Så giver det sig også udslag i deres sociale kompetencer, deres sociale relationer. Og så er det meget nærliggende at sige så er de i risikogruppen for også at have læringsvanskeligheder andre steder. Altså, hvis ikke de kan få fyldt på det sociale og være i ro med det og finde ud af at gebærde sig så har de slet ikke overskud til at finde ud af et andet sprog eller holde fokus på en anden læring, overhovedet.*

Det faglige beredskab skal findes indenfor institutionerne rammer. 1000Fryd tager hele gruppen med, eller henter børn der har svært ved læring ind i andre grupper, og begge institutioner arbejder også med det enkelte barn. SMTTE modellen bruges¹¹. Når det sociale er på plads, er der plads til det faglige¹⁵. Denne vurdering ligger tæt op ad den systemiske tænkning LP-modellen (Nordahl 2005) bygger på.

¹⁵ L(Hættegården 2011): *Ja men på papiret har vi alle de muligheder, der er, men i praksis er vi ret pressede i forhold til at trække dem ud. Kommunemæssigt, er der meget få ressourcer at komme med og der er slet ikke noget at komme efter her. Altså det er vores ansvar at sørge for at de får fulgt det på, medmindre de har en diagnose. Og selv der er det svært at få ekstra ressourcer. Så det er op til os selv at prøve og gå ind og styrke der, og i første omgang, da er praksis, at de store udslusningsgruppen, den har vi i et år nu, i forhold til før, hvor vi kun havde dem i fem måneder, så der er en større mulighed for at få deres sociale kompetencer på plads inden jul. Og så begynde på teorien bagefter, om man så må sige. Og der kan vi se en øget effekt i år, hvor det er første gang vi har haft de store. At de er klart mere modtagelige for læring efter jul, hvor vi har haft dem i et halvt år. De bruger slet ikke samme mængde af ressourcer på det sociale end hvis vi havde fået dem i februar og kørt indtil juni.*

Et projektmål er et evalueringsværktøj. Pædagogerne blev bedt om at tage stilling til et forslag.

Hættegården:

L: *Altså umiddelbart ville jeg tænke, at sådan et evalueringsskema eller evalueringsbeskrivelse eller sådan et tiltag. At hvis det ikke hang tæt sammen med en anderledes brobygning og overlevering, så er det skønne spildte kræfter.*

1000Fryd:

T: *Ja, men jeg har det jo sådan lidt med alle de skemaer der, men det har vi nok vi pædagoger. Vi gør nok sådan her, fordi jeg synes jo det er tidligt at skulle vurdere et barn som treårig. Helt ned i nogen tal, for jeg regner med at der er noget med, lige som nogen point man giver jo ikke også. Er det ikke ment sådan?*

Enten begrænset effekt eller for skolepræget og konstituerende.

1000Fryd bruger et TRAS-skema, der reelt er et cirkelformet afkrydsningsskema. Alligevel lur frygten for skolegørelsen, i forhold til forslaget, og med god grund. Ifølge Lars Dencik m.fl. (2008) kan for tidlig indsats med skolepræget undervisning få negativ effekt.

Konklusion

De matematiske referencerammers betydning for læring, står ikke til diskussion. PISA debatten overskygger desværre det langt mere interessante spørgsmål om referencerammernes rolle. Fra 2004 har daginstitutionerne udarbejdet læreplaner og dermed der fokuseret på den tidlige læring. Matematik er nævnt indirekte under emnet: Naturen og naturfænomener. Den tidlige læring, som bygger på konkrete oplevelser er med til at skabe de referencerammer, der bygges videre på og udbygges i grundskolen. Børnene har flere læringspartnere og et af tegnene på, at arbejdet med referencerammerne har en effekt er, at børnene bruger deres viden og lader den gå i arv¹⁷. Der al mulig grund til at være opmærksom på denne erfaringsdeling og træde hjælpende til, når det bliver nødvendigt. Faren for forstyrrelser pga. fejlbehæftet hverdagstænkning lur.

¹⁷ J(Hættegården 2011): *Jo men se der hvor jeg ser det tydeligst i dag det er når jeg er på gæstevist hvor jeg går med i skoven så er der et sted hernede hvor der kommer en sidevej hvor der er 14 højtænder og alle vores børn de kan tælle til 14 og de ved alle sammen, at det er en trekant og det der er det helt fantastiske det er at det er ikke noget vi giver dem, det er noget, der er gået i arv fra barn til barn. Det er blevet kultur.*

Arbejdet med referencerammerne i daginstitutionen er præget af en eksperimenterende og undersøgende tilgang og holdningen er, at den ikke må blive skolepræget. Der er store forskelle fra institution til institution.

Det er tydeligt, at faglig viden, engagement og kreativitet er af stor betydning og at tæt samarbejde i planlægning, gennemførelse og evaluering giver gode muligheder for at spotte og hjælpe børn, der er i farezonen for at udvikle læringsvanskeligheder. Fælles fora, hvor der er basis for pædagogiske og didaktiske overvejelser er et vigtigt instrument og er med til at give muligheder for variation i læringsstile og for at lade børnene komme ind i forskellige grupper og ad den vej tilbyde flere læringsmuligheder. Refleksion over egen indsats i teamsamarbejdet er et uundværligt redskab, når læringsvanskeligheder skal spottes og forebygges. De didaktiske overvejelser i institutionerne er grundlæggende af almen karakter og der er stor vagtsomhed overfor begrebet skolegørelse. Med god grund. For tidlig skolepræget læring har ingen eller negativ effekt. Lars Dencik, Per Schultz Jørgensen og Dion Sommer (2008)

Evaluering kan foregå som en løbende evaluering af barnets udvikling af referencerammer, ved samtaler, hvor udfærdiget dokumentation inddrages, ved samtaler, hvor forældre og daginstitution er i dialog og i team.

Evalueringen kan også foregå på flere planer, idet både børnenes læring og pædagogens indsats er mål for refleksion. Opdelingen af børnene i forskellige grupper og huse giver forskellige fora for evaluering og jo tættere samarbejdet er i institutionen, desto bedre er mulighederne for at evaluere barnets læring og egen indsats. De forskellige fora giver også mulighed for en fælles professionsudvikling, med overvejelser på metaniveau.

Evalueringsredskaber må ikke have karakter af måling af barnet, men gerne være en registrering af udviklingen i et fremadrettet perspektiv.

Inklusion er en hovedoverskrift, men dybest set handler al læring om inklusion¹⁶.

¹⁶ ”Som compensation for menneskets svage fysik og andre mangler blev artens chancer for overlevelse således sikret gennem udviklingen af en række sociale adfærds- og relationsmønstre og kognitive evner.” (Lars Dencik, Per Schultz Jørgensen og Dion Sommer 2008).

Perspektivering

Matematiske referencerammer udvikles ikke automatisk. Kvalificeret hjælp er en forudsætning, og det stiller igen krav til denne.

En samarbejdende praksis, hvor pædagogiske og didaktiske refleksioner indgår, er en forudsætning. Dette forudsætter igen, engagerede og kvalificerede voksne. I én situation, skabte et tæt samarbejde mellem skoleverdenen og daginstitutionen en ny viden om barnets læring i førskolealderen, der anvendelsesmæssigt pegede på både skole og daginstitution. Så længe pilotprojektet kørte, og der oplevedes medejerskab var der energi til at drive projektet frem¹⁸.

Der bruges i interview på Hættegården udtryk som at matematikken er blevet kultur

¹⁸ J(Hættegården 2011): *Det er desværre gået lidt ned ad bakke. Vi snakker en gang imellem om hvordan vi kan få fat i det igen. Nogen ting går i arv fra børnene internt som hajtænderne gør og som der blev lavet et mikadospil med nogen stokke i børnehøjde og det giver naturlig snak, når det bliver fundet frem. Der er også en løbebane nede på legepladsen, hvor der ligger nogen sten i med nogen tal på, som også giver anledning til lidt snak, men ellers så det er det ikke så meget. Det er lidt svært og holde projektet i gang når ikke, altså rent ud sagt når du ikke er tovholder på det, når der ikke er noget vi skal nå til næste gang.*

I en anden daginstitution gav den opnåede viden inspiration til en kultur med pædagogiske og fagdidaktiske overvejelser og erfaringsdeling.

Næste skridt er, at bringe erfaringerne fra projektet videre ud, og begge institutioners erfaringer er af stor betydning. Hvordan det skal ske, er ikke ligegyldigt, erfaringerne viser, at institutionernes kultur med hensyn til evaluering, planlægning, erfaringsdeling m.m. spiller en stor rolle. Der skal også finde en metode til i højere grad at støtte og inspirere forældrene. I disse perspektiver defineres en fremtidig projektlederrolle.

Erfaringerne fra projektet viser, at de to verdener har meget at byde hinanden på, hvis de får lov til det. I forhold til et begreb som samordnet indskoling er samspil mellem de to verdener potentialer ikke uinteressant.

Endelig kan der konkluderes på det faglige indhold. Som nævnt tidligere, udvikles børnenes matematiske referencerammer på baggrund af at de forholder sig til de fysiske begreber og lovmæssigheder de er

underlagt samt til de sociale relationer de indgår i. Der er på den måde et betydeligt naturfagligt indhold snarere end et rent matematisk, forstået på den måde, at de naturfaglige og de sociale erfaringer indgår i de matematiske referencerammer.

Der må nødvendigvis ligge i det, at der i et arbejde med naturfaglige eksperimenter, hvor børnenes referencerammer opbygges, fremdeles er fokus på, at de tænkes og bruges i en matematisk kontekst.



Som antydnet i eksemplet med børnehaveklassens arbejde med brøker, er afstandene mellem elevernes kognitive forudsætninger store, men er de for store? Det væsentlige er ikke elevernes forskelligheder, det væsentlige er snarere, at underviseren kender, forstår og bruger den enkeltes referencerammer.

Litteratur

- Astrid Klit og Per Havgaard: *Den spørgende lærer* Hans Reitzels forlag 2010
- Bodil Nielsen (2006): *Faglig evaluering i skolen*. Gyldendals lærerbibliotek.
- Britta Nørgaard (2001): *Habermas i praksis – en indføring i dele af teorierne*. 2.udg, Skipper Clement Seminariet
- Carsten Rønn (2006): *Almen videnskabsteori*. Alinea.
- Erling Lars Dale: *Pædagogik og professionalitet* Forlaget Klim 1998
- Fælles Mål 2 Matematik*.
- Hilde Hiim og Hippe; *Læring gennem oplevelse, forståelse og handling* Gyldendal 2007
- Howard Gardner: *Sådan tænker børn – sådan lærer de* Gyldendal 2006
- Ida Heiberg Solem og Elin Kirsti Lie Reikerås: *Det matematiske barnet* Caspar Forlag 2001
- Kirsten Paludan: *Videnskaben Verden og Vi* Aarhus Universitetsforlag 2000
- Knud Illeris: *Læring* Roskilde Universitetsforlag 2006
- KVAN 65, (2003): *Evaluering*. Marts 2003.
- Laila Launsø og Olaf Rieper: *Forskning om og med mennesker*. Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck 2005
- Lars Dencik, Per Schultz Jørgensen og Dion Sommer: *Familie og børn i en opbrudstid* Gyldendal 2008
- Mandag morgen Strategisk forum: *Folkeskolen som kompetencemiljø* Undervisningsministeriets forlag 2000
- Michael Wahl Andersen: *Vejledning i matematik En professionsvejledning* Akademisk Forlag 2010
- Olav Lunde: *Rummelighed i matematik A, B og C* Forlag Malling Beck 2002
- Per Schultz Jørgensen og Lars Dencik (2001): *Børn og familie i det postmoderne samfund*, Hans Reitzels
- Peter Dahler-Larsen et al. (2003): *Selvevalueringens hvide sejl*. Syddansk Universitetsforlag.
- Peter Jarvis (1999/2002): *Praktiker forskeren, udvikling af teori fra praksis*. Alinea.
- Ross W. Greene: *Fortabt i skolen* Forlaget Pressto 2009
- Steinar Kvale og Brinkmann, Svend (2008): *Interview Introduktion til et håndværk*. Hans Reitzels forlag.
- Søren Gytz Olesen: *Om observation i institution og skole*. Forlaget PUC 2001
- Søren Kristiansen og Hanne Kathrine Krogstrup: *Deltaende observation*. Hans Reitzels Forlag 1999
- Susanne Idun Mørch (red.) (2004): *Pædagogiske praksisfortællinger*. Academica.
- Thomas Nordahl: *Læringsmiljø og pædagogisk analyse* NOVA Rapport 2005



Matematik og naturfag i børnehøjde

Oplæg til aktiviteter og refleksion

Oplægget her er en del af et samlet inspirationsmateriale fra projektet: Matematik i Børnehøjde. Eksemplet omfatter en simpel balancevægt, og ligger i forlængelse af perspektivering for projektet. I perspektivet ligger at matematikken betragtes som en del af naturfagsområdet, og at de matematiske referencerammer ikke kan isoleres fra de naturfaglige. Oplægget skal ikke betragtes som et lærebogsmateriale, med opgaver der skal løses og rettes. Oplægges er ment som pædagogens og lærerens naturfaglige, pædagogiske og didaktiske platform. Lærerens tankebobler - hvad, hvorfor og hvordan - fra Fælles Mål 2 kan med fordel bruges i planlægningen af aktiviteterne og i evalueringen.

Oplægget her er på ingen måde udtømmende, men et udtryk for nogle af de oplevelser og tanker arbejdet med børns matematiske referencerammer i Faaborg Midtfn Kommunes daginstitutioner har affødt. Det er tanken, at hver gang det bruges, tilpasses valg af indhold og fagligt niveau den aktuelle situation. Det er ment som et materiale, der kan bruges i daginstitutionen og i indskolingen og for den sags skyld også længere op i grundskoleforløbet. Der er her medtaget den del af oplægget, der beskæftiger sig med vægten, og det er suppleret med materiale fra Nordagerskolens eksperimentarium, for på den måde at vise, at det peger langt frem i grundskoleforløbet og at den intuitive læring ikke standser ved skolegangens påbegyndelse.

En vægt



Sidste onsdag kom ideen med den primitive vægt på bordet. En dreng løftede på en cementflise, og han mente nu godt nok, at den var tung. Meget tungere end ham selv. Var den nu også det? Hvordan kunne vi finde ud af det? Kunne man ikke lave en eller anden form for vægt? Et medbragt bræt, træklodser, skruer og værktøj burde være nok til at vi kunne fremstille af en primitiv vægt. Der var hurtigt en stor flok i gang. Først fandt vi midten af brættet. Nogle børn pegede midten ud, ret præcist, og vi målte efter med målebånd. Målt fra den ene ende var der 81 cm. Ved at tælle ti, tyve, tredive op til 80 fandt vi ud af, at der var 81 cm til det punkt der var fundet frem til. Derefter målte vi 81 cm ud

fra den anden ende. Hvor var midten?. Det måtte være midt mellem de to streger. På den måde fandt vi frem til, at midten lå ved 81,5 cm. Nu skulle midten i forhold til brættets bredde findes. Vi målte bredden til 12 cm. Hvad er halvdelen af 12? En pige talte 12 skruer op og delte dem med en anden pige. De talte nu hver især, hvor mange de havde og nåede frem til 6. Halvdelen af 12 er altså 6. Nu skulle der skrues midterklods på. Først med en skrue i midten og derefter to til, hver i sit midtpunkt i forhold til kanten og brættets midte. Hvad er halvdelen af 6? Et af børnene talte sig frem til midten ved hjælp af målebåndet. Efter tur skruede de skruerne i, og til sidst havde vi en vægt, hvorefter vejningerne kunne begynde.

Hvem vejer mest?

To og to sammenlignede de hinandens vægt. Det blev til mange vejninger. Senere prøvede vi også at sammenligne med cementfliserne. Selv ikke to fliser kunne opveje de mindste af børnene. Det var tæt på; men ikke nok. En fik den ide, at sammenligne gryder og spande med grus. En meget stor gryde blev anbragt på den ene side, og det viste sig, at der skulle adskillige spande og gryder til for at opveje den store gryde. Der kom mange aktiviteter ud af den primitive vægt, børnene fik oplevelser med sammenligninger. En af drengene gik så meget op i det, at han jublede højt, hver gang vægten tippede til hans side.

Ved en anden lejlighed, sammenlignede en gruppe børn sten og træstykker. Inden vejningen, var de sikre på, at et stort stykke træ måtte veje meget mere end en lille sten. Da de var færdige med at lægge på vægten, var den ene side fyldt op med store træstykker og den anden med nogle få sten. Eksperimenterne gav dem en oplevelse af, at ting der fylder lidt godt kan veje meget. De var i god gang med at opdage det fysiske begreb massefylde.

Matematik med vægten

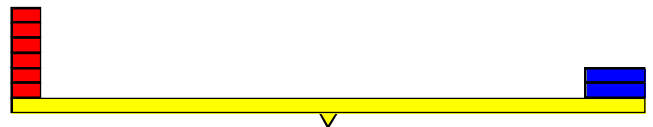
Balancevægten er en af de mest anvendte metaforer for ligninger.

Udtrykket: $2x = 6$ er en ret enkel ligning, hvis man har lært matematik. Hvis man ikke har lært matematik, giver den ikke nogen mening.

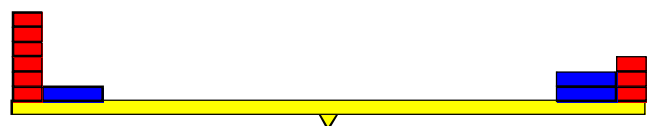
Anderledes forholder det sig, hvis man siger: To store byggeklodser vejer det samme som 6 små. Hvor mange små byggeklodser går der på en stor?

Hvis man laver en balancevægt i bordstørrelse og finder ud af, at når der er to store byggeklodser på den ene side og seks små på den anden, så er der balance, vil de fleste kunne finde svaret, enten ved at tænke sig om eller ved at forsøge sig frem.

Ved at fjerne en stor på den ene side og tre små på den anden, kan man finde frem til, at en stor vejer det samme som tre små.



Men hvad med denne opgave? Er den lige så let at gennemskue? Ved at prøve sig frem, vil de fleste kunne løse den. Enkelte vil måske endda kunne løse den uden at prøve sig frem; men blot ved at tænke. De der kan det, vil allerede være langt inde i matematikken, vil godt i gang med at opleve glæden ved at kunne tænke logisk og redegøre for det.



Under en afprøvning af balancevægten fandt en gruppe børn frem til, at en voksen vejede det samme som fem børn. Engagementet var stort, og det var tydeligt, at emnet var nærværende.

Sammenligninger er grundlæggende og vigtige. Sprogligt gør følgende ord sig blandt andet gældende:

Kort, lang, stor, lille, høj, lav, bred, smal, let, tung

Kortere, længere, større, mindre, højere, lavere, bredere, smallere, lettere, tungere

Kortest, længst, størst, mindst, højest, lavest, bredest, smallest, lettest, tungest

Enheder: g, kg, t, m, km, l.

En dreng sidder oppe i et træ og siger til en af pædagogerne: "Jeg sidder højere oppe end dig."

Tidligere, inden arbejdet med længde og vægt, havde han i en lignende situation sagt: "Jeg er højere end dig."

De to udtryk viser en interesse for sammenligninger: men også at der er sket en ændring i opfattelsen af forhold som størrelse og placering.

Opgaveforslag:

Lav en stor balancevægt sammen med børnene. En vippe kan også bruges; men fremstillingsprocessen giver en god anledning til at snakke længde og deling. Lad børnene sammenligne deres vægt med hinanden.

Opgaveforslag:

Lad børnene lave hver sin balancevægt i bordstørrelse. Vægten kan eventuelt laves af Lego klodser.

Hvad nu hvis den store byggeklods anbringes på midten i forhold til yder- og midtpunkt på vægtens ene side?



Vil vægten kunne holde balancen, eller vil den tippe til en af siderne?

Opgaveforslag:

Saml en liters mælkekarter. Fyld nogle med vand og nogle med sand.

Lad børnene veje dem i hånden og afgøre, hvilke karter, der vejer mest.

Hvor meget vejer de?

Der vil komme mange forskellige forslag, fra et enkelt kg til flere ton.

Lav eventuelt en lille konkurrence om hvem, der kommer tættest på den rigtige vægt.

Brug eventuelt en badevægt til at veje dem med.

En liter vand vejer som bekendt 1 kg. Kan man ved hjælp af en balancevægt finde frem til hvad en liter grus eller sand vejer?

Vej en liter grus lige så meget som en liter sand?

Brug den store vægt til at sammenligne de fyldte mælkekarter med.

Spørg børnene om hvad, der vejer mest, en karte med vand eller en med sand?

Svarede det til det de fandt frem til ved at veje i hånden?

Lad børnene finde ud af hvor mange karter med vand, der går til en med sand.

Hvad nu hvis der bliver hældt så meget vand, der kan være i et karte med sand?

Betyder vandet noget?

Til refleksion:

Hvilke sammenligninger har børnene gjort i de foregående beskrivelser?

Hvilke andre sammenligninger kan der bringes i spil?

Børnene er i løbet af en uge med i mange forskellige aktiviteter, og i stort set alle er der på en eller anden måde involveret matematik, bevidst eller ubevidst.

Prøv at beskrive forskellige aktiviteter, hvor der indgår længde, rumfang eller vægt.

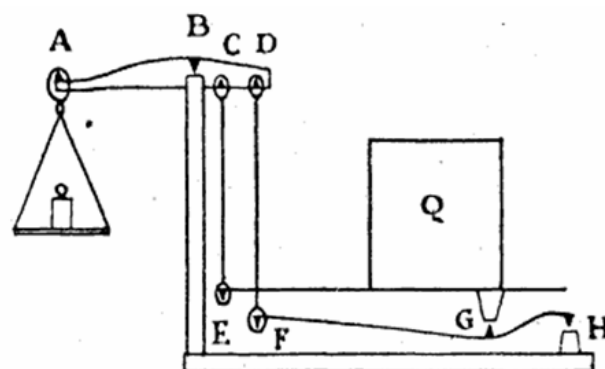
Kan det lade sig gøre at arbejde mere målrettet med matematikken, uden at det går ud over aktiviteternes kvalitet?

Hvorfor? Hvorfor ikke? Eventuelt hvordan?

Længde, vægt og rumfang er fysiske begreber, er det også matematiske?



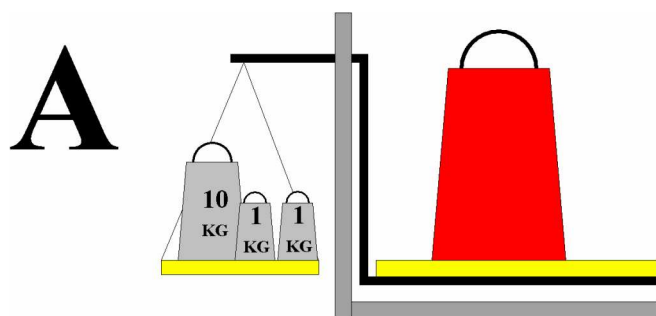
Billedet viser en decimalvægt, der er en del af et påbegyndt eksperimentarium på Nordagerskolen.



Decimalvægtens Princip.

Ved hjælp af den og ved at gennemføre eksperimenter med den, kan der formuleres opgaver i matematisk modellering for elever i skolens ældste klasser:

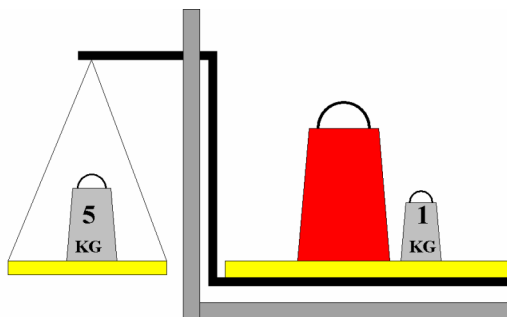
(Hele opgaven kan ses her: http://www.nordagerskolen.dk/eksperimentarium/vaegt_1a.htm)



Vægt af lodder på venstre vægtskål.	1	2	3	4	5	6	7	8	9										
Vægt af lod, der vejes	10	20	30																

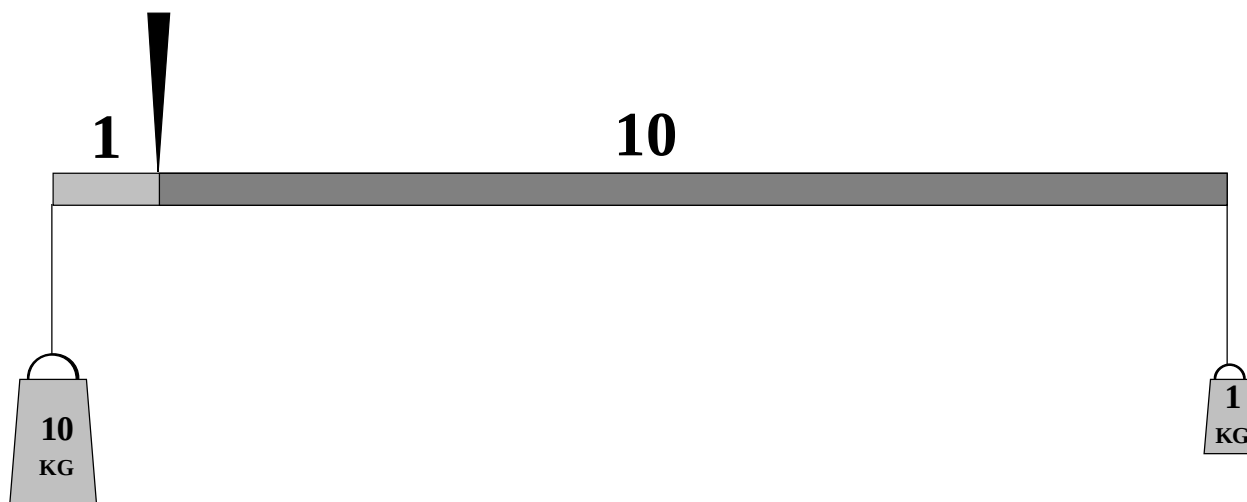
1. Prøv at formulere en regel, der beskriver hvordan du finder frem til vægten af det lod, der vejes:

B



Vægt af lodder på venstre vægtskål.	5	5	5	5	5	5	5	5	5										
Vægt af lod på højre vægtskål	1	2	3	4	5	6	7	8	9										
Vægt af lod, der vejes	49	48	47																

2. Prøv at formulere en regel, der beskriver hvordan du finder frem til vægten af det lod, der vejes, når der også er lodder sammen det der vejes:



I en enklere udgave, kan decimalvægtens princip også benyttes til elever på mellemtrinnet.

Registrering af matematisk udvikling

Registreringen handler ikke om at måle og veje børnene i forhold til matematikken. Det handler snarere om hvorvidt der er grund til bekymring for det enkelte barns videre arbejde med matematikken.

De enkelte felter farves eller skraveres i forhold til hvor langt det pågældende barn har udviklet sig. Er det fuldt på højde med sin alder, farves eller skraveres hele feltet. Det er en god ide, at lade forældrene selv udfylde et skema. Der kan så sammenlignes med institutionens som en del af samtalen.

Registrering af matematisk udvikling	2 - 3 år	3 - 5 år	5 - 7 år
Tal			
Farver			
Figurer			
Modeller			
Dele			
Tid			
Temperatur			
Mål			
Penge			
Placering			
Fart			
Logisk tænkning			
Sandsynlighed			
Strategisk tænkning			
IT			

Guide til registrering af matematisk udvikling.

Tal

Kardinaltal

Tal til at tælle eller angive et antal med. Udviklingen går fra at kende tal til at kunne bruge dem til at angive en mængde.

Hvor mange farveblyanter har du? En, to, tre, fire, fem. Hvis farveblyanterne tælles og der svares med "Fem", vil der være god sikkerhed for, at barnet forbinder tallene med bilerne og forstår, at det sidste tal angiver antallet af biler. Er svaret et andet, for eksempel "mange", er barnet godt på vej; men forståelsen for, at det sidste tal er et udtryk for antallet mangler.

Ordenstal

Tal, der bruges til at angive en rækkefølge med. Første, anden, tredje osv. "Det er mig først". "Ole er den næste"

Symboltal

Tal, der erstatter navne. Numrene på spillerne på et fodboldhold, nummerplader og personnumre er eksempler på tal, eventuelt kombineret med bogstaver eller andre symboler, der bruges som symboler.

Anvendelse af tal

Tallene siges, der tælles, og der skrives tal på tegninger. Når der tælles sikkert, begynder anvendelsen af tallene. "Vi skal have to biler hver." er et udtryk for brug af tallene; men det er også et udtryk for, at det at kunne dele er dukket op. "Må jeg få en til?", er begyndelsen til det at lægge sammen, og et udtryk som: "Du får en af mig." er et tegn på, at der også er udviklet en forståelse for at kunne trække fra. "Hvis jeg får to i den ene hånd og også to i den anden, så har jeg nok til os alle fire." udtrykker forståelse for det, at kunne gange tal med hinanden. De fire regnearter: Addition, subtraktion, multiplikation og division, har stort set alle børn, på et eller andet niveau, styr på, inden de begynder i skolen.

Regnearternes symboler

+ - · / =

Nogle børn begynder tidligt at skrive regnestykker: $2 + 3 = 5$

De ser de voksne eller større søskende gøre det, og vil derfor også gerne kunne det. Skal de kunne det allerede før de begynder at gå i skole?

Det er fint, når børnene gør det af sig selv og af egen interesse; men at arbejde systematisk med det, er en skoleopgave.

Farver

3-5 år

Niveau 1: Mørk, lys, grøn, rød, hvid, sort, gul.

Niveau 5: Skelner mellem farver indenfor samme farvegruppe – mørk/lys.

5-7 år

Niveau 1: Kender alle grundfarverne.

Niveau 5: Skelner mellem grundfarver og blandingsfarver.

Figurer

3-5 år

Niveau 1: Kan putte figurer af forskellig form i en kasse med tilsvarende åbninger.

Niveau 5: Rund, stjerne, firkant, trekant. Laver mønstre f.eks. med rørperler.

5-7 år

Niveau 1: Kan genkende og beskrive cirkler, trekanten og firkanter.

Niveau 5: Terning, kugle. Skelne mellem rumlige figurer og tegninger.

Modeller

2-3 år

Niveau 1: Sætter byggeklodser sammen. Tegner streger og mønstre.

Niveau 5: Bygger modeller af huse og lignende. Tegninger genkendeligt

3-5 år

Niveau 1: Bygger enkle modeller efter tegninger. Tegner genkendeligt.

Niveau 5: Bygger og tegner huse og mennesker.

5-7 år

Niveau 1: Bygger mere avancerede modeller efter tegninger.

Niveau 5: Tegner forholdsvist detaljeret.

Dele

2-3 år

Niveau 1: Kan skære mad over i mindre dele.

Niveau 5: Kan dele ligeligt med en anden.

3-5 år

Niveau 1: Kan skære en skive brød ud i to, tre eller fire lige store dele.

Niveau 5: Kan benævne halve, tredjedele og fjerdedele.

5-7 år

Niveau 1: Kan nævne simple stambrøker f.eks. en halv, en fjerdedel, en sjettedel.

Niveau 5: Kan forklare, at to halve er det samme som en hel, to kvarte er en halv og lignende.

Tid

2-3 år

Niveau 1: Nu, om lidt, senere, for lidt siden.

Niveau 5: Når du har sovet tre gange. I dag, i går, i morgen.

3-5 år

Niveau 1: Middag, morgen, aften. Hele timer.

Niveau 5: Tidspunkter med hele og halve timer.

5-7 år

Niveau 1: Hel, halv, kvarter over, kvarter i.

Niveau 5: Kan og er fortrolig med klokken.

Kalenderen

3-5 år

Niveau 1: Kender begrebet et år. Ved at året har flere årstider.

Niveau 5: Kender egen alder og kan vise det. Kender årstiderne.

5-7 år

Niveau 1: Kender årstallet, egen alder og familiemedlemmers alder. Kender årstiderne.

Niveau 5: Kender månederne, antal dage på en uge og antal måneder på et år. Kender og kan beskrive årstiderne.

Temperatur

2-3 år

Niveau 1: Kold/varm.

Niveau 5: Meget kold/meget varm.

3-5 år

Niveau 1: Koldere/varmere. Sammenligne temperaturer.

Niveau 5: Fryser/smelter, koger.

5-7 år

Niveau 1: Kende til temperaturmåling. Udendørstermometer, stegetermometer.

Niveau 5: Kende vands fryse- og kogepunkt. Kroppens temperatur.

Længde/afstand

2-3 år

Niveau 1: Kort/lang. Høj/lav. Kan nå, kan ikke nå.

Niveau 5: Meget lang, ikke så lang. Graduering af længde.

3-5 år

Niveau 1: Sammenligne længde. Længere end, højere end, mindre end.

Niveau 5: Længdeenheder. Meter, centimeter, km.

5-7 år

Niveau 1: Meterstokken. $1\text{m} = 100\text{ cm}$. $1\text{km} = 1000\text{m}$.

Niveau 5: Kan måle med målestok og målebånd. Forklare længdemål og afstande.

Vægt

2-3 år

Niveau 1: Tung/let.

Niveau 5: Graduere vægt. Meget tung, ikke så tung.

3-5 år

Niveau 1: Sammenligne vægt. Lettere end, lige så tung.

Niveau 5: Enheder. Kg, g.

5-7 år

Niveau 1: $1\text{kg} = 1000\text{g}$.

Niveau 5: Kan veje med personvægt og køkkenvægt.

Rummål

3-5 år

Niveau 1: En kop mælk. Et glas juice. En flaske saft.

Niveau 5: 1liter.

5-7 år

Niveau 1: $1\text{l} = 10\text{dl}$

Niveau 5: Kan måle væsker op med litermål og decilitermål.

Penge

3-5 år

Niveau 1: Kender enkelte mønter og sedler.

Niveau 5: Der går 10 enkroner på en 10-kroneseddel.

5-7 år

Niveau 1: Kan veksle mønter til sedler.

Niveau 5: Kender og bruger penge som værdimål.

Placering

3-5 år

Niveau 1: Er her, er her ikke. Kan stille ting på plads.

Niveau 5: Foran, bagved, mellem, over, under.

5-7 år

Niveau 1: Relativ placering. Længere foran, længere bagved.

Niveau 5: Sammenligne og redegøre for placeringer i planet og i rummet.

Fart

3-5 år

Niveau 1: Hurtig/langsom.

Niveau 5: Meget hurtig meget langsom.

5-7 år

Niveau 1: Sammenligne fart. Hurtigere/langsommere.

Niveau 5: Kommer hurtigere frem ad motorvejen, fordi vi kører hurtigere. 50km/t, 110km/t

Logisk tænkning

5-7 år

Niveau 1: Årsag virkning. Hvis jeg gør sådan, så sker der det og det.

Niveau 5: Deduktioner.

Sandsynlighed

3-5 år

Niveau 1: Kan slå med terning og tælle øjnene.

Niveau 5: Vurderer på sandsynligheder, når der slås med terning.

5-7 år

Niveau 1: Kan sammenligne udfaldsrum f.eks. plat og krone, terning.

Niveau 5: Kan redegøre for, at der er lige stor chance for at slå en ener og en sekser.

Strategisk tænkning

5-7 år

Niveau 1: Lægger en strategi, når der for eksempel spilles kryds og bolle.

Niveau 5: Kan spille skak og forudse flere trækmuligheder.

IT

3-5 år

Niveau 1: Kan tænde for en computer/spillekonsol.

Niveau 5: Kan åbne programmer på nettet.

5-7 år

Niveau 1: Behersker åbning og lukning af programmer på computer og Internet.

Niveau 5: Kan bruge Internettet og søge informationer.

Spørgeskemaundersøgelsen er her: <http://www.matematik.syssel.dk/besvarelser.htm>, hvor man selv kan foretage afgrænsninger i form af alder, institution og køn.

Internetsiderne, der knytter sig til Matematik i Børnehøjde findes her: <http://www.matematik.syssel.dk/>

Nordagerskolens eksperimentarium er beskrevet her:
<http://www.nordagerskolen.dk/eksperimentarium/eksperimentarium.htm>